

	COLEGIO SALEM	ASIGNATURA:	Matemáticas
		GRADO:	11°
DOCENTE :	Shirly Villanueva	PERÍODO:	III
		TEMA:	Límites y continuidad

OBJETIVO: Establecer la relación que existe entre la idea de límite y continuidad.

CONTINUIDAD

Ejercicios 1:

Determinar el valor del parámetro " a ", para que la siguiente función definida a trozos sea continua en \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ ax - x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Solución:

Paso 1 : Calcular $f(1)$ donde $a = 1$

$$f(1) = (\square) + 3 = \square$$

Paso 2: Calcular el límite inferior.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-}(1) = \square$$

Paso 3: Calcular el límite superior.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+}(1) = \square$$

Paso 4: Igualar los límites superior e inferior y despejar el parámetro " a ":

$$\square = \square \rightarrow a = \square$$

Ejercicios 2:

Determinar los puntos de discontinuidad de la siguiente función: $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$

Solución:

Paso 1 : Igualar el denominador a cero (0)

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow \text{ecuación de segundo grado}$$

Paso 2 : Resolver la ecuación cuadrática obtenida.

$$\left. \begin{array}{l} a = \square \\ b = \square \\ c = \square \end{array} \right\} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \rightarrow x_1 = \square \quad y \quad x_2 = \square$$

Por lo tanto la función es discontinua en $x_1 = \square$ y $x_2 = \square$

Ejercicios 3:

Determinar los puntos de discontinuidad de la siguiente función: $f(x) = \frac{x^2}{x^2+2x+1}$

Solución:

Paso 1 : Igualar el denominador de la función a cero (0)

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow \text{ecuación de segundo grado}$$

Paso 2 : Resolver la ecuación cuadrática obtenida en el paso anterior.

El único punto de discontinuidad es en $x = \boxed{}$

Ejercicios 4:

Determinar los puntos de discontinuidad y los intervalos de continuidad de la siguiente función:
 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

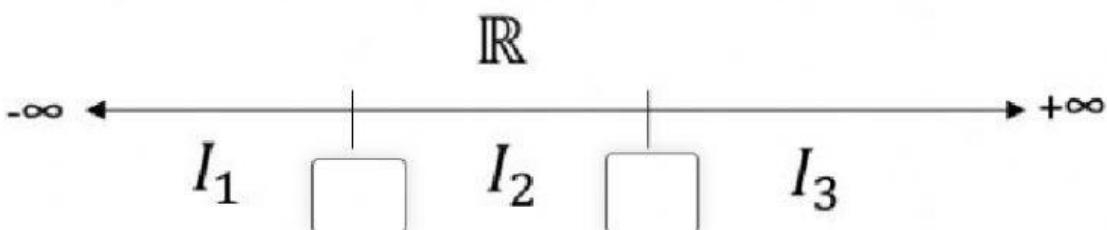
Solución:

Paso 1 : Igualar el radicando a cero (0) y despejar la variable "x"

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = \boxed{} \rightarrow x = \pm \boxed{}$$

Por lo tanto la función tiene dos puntos de discontinuidad $x_1 = \boxed{}$ y $x_2 = \boxed{}$

Paso 2: Estos dos puntos dividen la recta real en tres segmentos o intervalos



Paso 3 : Analizar los intervalos para saber el cuál de ellos el radicando es no negativo (positivo)

Intervalo 1:

$$x = -4 \rightarrow x^2 - 4 = (\boxed{})^2 - 4 = \boxed{} - 4 = \boxed{} \quad \boxed{}$$

Intervalo 2:

$$x = 0 \rightarrow x^2 - 4 = (\boxed{})^2 - 4 = \boxed{} - 4 = \boxed{} \quad \boxed{}$$

Intervalo 3:

$$x = 4 \rightarrow x^2 - 4 = (\boxed{})^2 - 4 = \boxed{} - 4 = \boxed{} \quad \boxed{}$$

Por lo tanto el radicando no es negativo en el primer y tercer intervalos; lo cual indica que:

- a) La función es continua en $(-\infty; \boxed{\quad}] \cup [\quad; \infty)$
- b) La función tiene un salto en el intervalo $(\boxed{\quad}; \boxed{\quad})$

Ejercicios 5:

Determinar los puntos de discontinuidad y los intervalos de continuidad de la siguiente función:

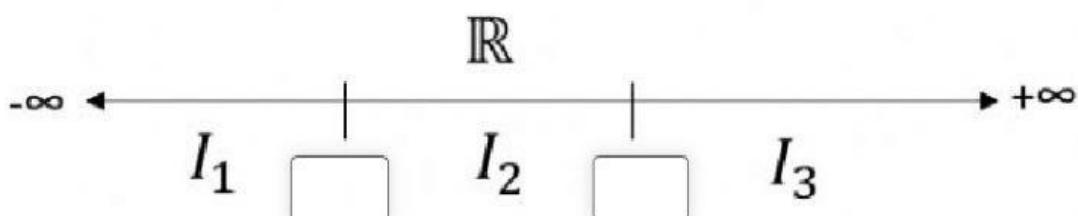
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 10}$$

Solución:

Paso 1: Igualando el radicando a cero (0) y resolviendo la ecuación cuadrática, se tiene:

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow x_1 = \boxed{\quad} \quad y \quad x_2 = \boxed{\quad}$$

Paso 2 : Estos dos puntos dividen la recta real en tres segmentos o intervalos



Paso 3 : Analizar los intervalos para saber el cuál de ellos el radicando es no negativo (positivo)

Intervalo 1:

$$x = -9 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = (\boxed{\quad})^2 + 3(\boxed{\quad}) - 10 = \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad}$$

Intervalo 2:

$$x = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = (\boxed{\quad})^2 + 3(\boxed{\quad}) - 10 = \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad}$$

Intervalo 3:

$$x = 9 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = (\boxed{\quad})^2 + 3(\boxed{\quad}) - 10 = \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad}$$

Por lo tanto el radicando no es negativo en el primer y tercer intervalos; lo cual indica que:

- a) La función es continua en $(-\infty; \boxed{\quad}] \cup [\quad; \infty)$
- b) La función tiene un salto en el intervalo $(\boxed{\quad}; \boxed{\quad})$

Ejercicios 6:

Determinar si la siguiente función definida a trozos es continua o discontinua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-2} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{3x}{2x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Solución :

Paso 1 : Calcular $f(a)$ donde $a = 3$

$$f(a) = f(3) = \boxed{}$$

Paso 2: Calculas el límite superior.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+}(3) = \boxed{}$$

Paso 2: Calculas el límite inferior.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-}(1) = \boxed{}$$

Conclusión: La función es : ▼