

Az egyenes irányvektoros egyenlete

Emlékeztető:

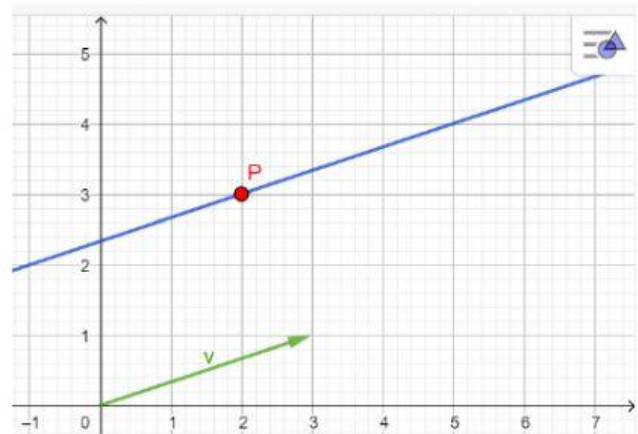
A $\underline{v}(v_1; v_2)$ irányvektori, $P_0(x_0; y_0)$ ponton átmenő egyenes egyenlete (röviden irányvektoros egyenlet): $v_2 \cdot x - v_1 \cdot y = v_2 \cdot x_0 - v_1 \cdot y_0$.

Egyenlet felírása

1. *példa: Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(2; 3)$ ponton és párhuzamos a $(3; 1)$ vektorral!*

Megoldás lépései:

- (1) **Milyen vektor adott?** Az egyenessel **PÁRHUZAMOS**, így **IRÁNYVEKTOR** az egyeneshez, a jelölések szerint: $\underline{v}(3; 1)$, ahonnan $v_1 = 3$ és $v_2 = 1$
- (2) **Milyen pont adott?** $P_0 = P(2; 3)$, a jelölések szerint $x_0 = 2$ és $y_0 = 3$
- (3) **Helyettesítsünk be az irányvektoros egyenletbe:** $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ (x és y helyébe **NEM** helyettesítünk semmit!), így $1 \cdot x - 3 \cdot y = 1 \cdot 2 - 3 \cdot 3$
 számításokat elvégezve: $x - 3y = 2 - 9$
 tovább rendezve: $x - 3y = -7$



Feladatok az 1. példa alapján:

Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely

- a) átmegy a $P(4; 5)$ ponton és párhuzamos a $(8; 3)$ vektorral!
- b) átmegy a $P(-1; 7)$ ponton és párhuzamos a $(2; 5)$ vektorral!
- c) átmegy a $P(6; -2)$ ponton és párhuzamos a $(-3; 4)$ vektorral!

A megoldást a következő sablon alapján végezd!

- a) irányvektor: $\underline{v}(\quad ; \quad)$ ebből $v_1 = \quad$ és $v_2 = \quad$
 adott pont: $P_0 = P(\quad ; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad$

- b) irányvektor: $\underline{v}(\quad ; \quad)$ ebből $v_1 = \quad$ és $v_2 = \quad$
 adott pont: $P_0 = P(\quad ; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad$

- c) irányvektor: $\underline{v}(\quad ; \quad)$ ebből $v_1 = \quad$ és $v_2 = \quad$
 adott pont: $P_0 = P(\quad ; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad$

2. példa: Adott a következő 2 pont: A(4; 5) és B(1; -1) Írjuk fel a 2 ponton átmenő egyenes egyenletét!
Megoldás lépései:

(1) Milyen vektort használjunk? Az \overrightarrow{AB} vektor rajta van az egyenesen, párhuzamos vele, így

$$\underline{v} = \overrightarrow{AB} = (5; -6), \text{ tehát } v_1 = 5 \text{ és } v_2 = -6$$

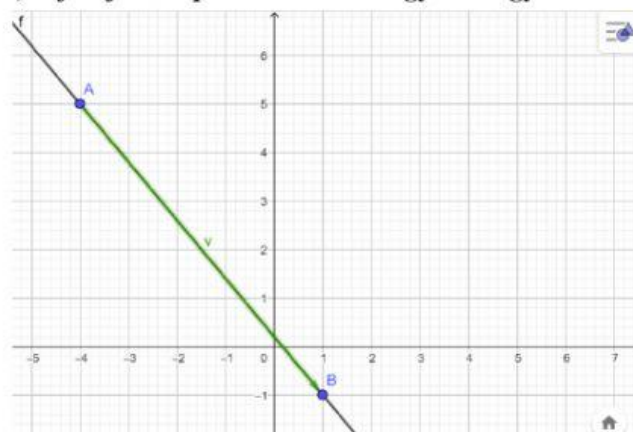
(2) Milyen pont adott? $P_0 = A(-4; 5)$, a jelölések szerint $x_0 = -4$ és $y_0 = 5$ (lehetne a $P_0 = B$ pont is)

(3) Helyettesítsük be az irányvektoros egyenletbe: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ (x és y helyébe NEM helyettesítünk semmit!), így

$$-6 \cdot x - 5 \cdot y = (-6) \cdot (-4) - 5 \cdot 5$$

$$\text{számításokat elvégezve: } -6x - 5y = 24 - 25$$

$$\text{tovább rendezve: } -6x - 5y = -1$$



Feladatok a 2. példa alapján:

Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az

- a) A(-7; 3) és B(2; 5) pontokon! b) A(3; -6) és B(12; 1) pontokon!

A megoldást a következő sablon alapján végezd!

- a) irányvektor: $\underline{v}(\quad ; \quad)$ ebből $v_1 = \quad$ és $v_2 = \quad$
 adott pont: $P_0 = A(\quad ; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad$

- b) irányvektor: $\underline{v}(\quad ; \quad)$ ebből $v_1 = \quad$ és $v_2 = \quad$
 adott pont: $P_0 = A(\quad ; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$
 az egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ amibe behelyettesítünk
 $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 szorzásokat elvégezve: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad - \quad$
 kivonást elvégezve a végeredmény: $\quad \cdot x - \quad \cdot y = \quad$

3. példa: Adott egy háromszög 3 csúcsa: $A(-4; 2)$, $B(1; -1)$ és $C(2; 5)$. Írjuk fel a háromszög AB oldalának az egyenletét!

Megoldás lépései:

(1) **Milyen vektort használjunk?** Az \vec{AB}

vektor rajta van az egyenesen,

párhuzamos vele, így $\underline{v} = \vec{AB} = (5; -3)$,

tehát $v_1 = 5$ és $v_2 = -3$

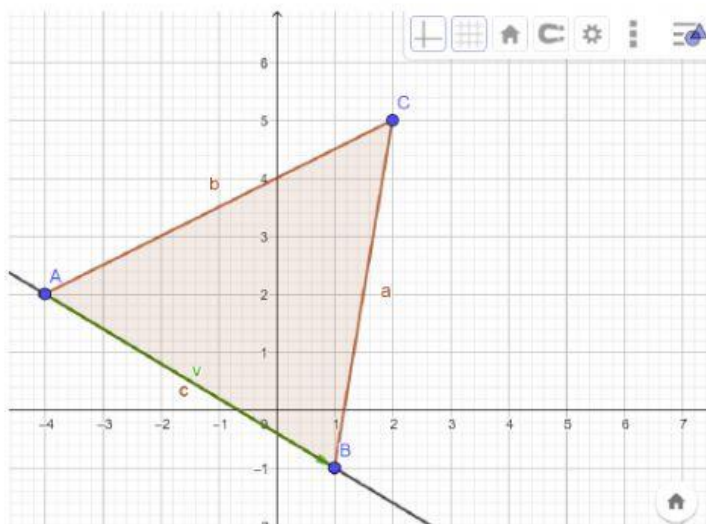
(2) **Milyen pont adott?** $P_0 = A(-4; 2)$, a jelölések szerint $x_0 = -4$ és $y_0 = 2$ (lehetne a $P_0 = B$ pont is)

(3) **Helyettesítsünk be az irányvektoros egyenletbe:** $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ (x és y helyébe NEM helyettesítünk semmit!), így

$$-3 \cdot x - 5 \cdot y = (-3) \cdot (-4) - 5 \cdot 2$$

$$\text{számításokat elvégezve: } -3x - 5y = 12 - 10$$

$$\text{tovább rendezve: } -3x - 5y = 2$$



Feladatok a 3. példa alapján:

Írd fel a 3. példában szereplő háromszög

a) BC oldalegyenesének az egyenletét!

b) CA oldalegyenesének az egyenletét!

A megoldást a következő sablon alapján végezd!

a) irányvektor: $\underline{v}(\quad; \quad)$ ebből $v_1 = \quad$ és $v_2 = \quad$

adott pont: $P_0 = B(\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$

az egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ amibe behelyettesítünk

$$\cdot x - \cdot y = \cdot - \cdot$$

szorzásokat elvégezve: $\cdot x - \cdot y = -$

kivonást elvégezve a végeredmény: $\cdot x - \cdot y =$

b) irányvektor: $\underline{v}(\quad; \quad)$ ebből $v_1 = \quad$ és $v_2 = \quad$

adott pont: $P_0 = C(\quad; \quad)$ ebből $x_0 = \quad$ és $y_0 = \quad$

az egyenes egyenlete: $v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$ amibe behelyettesítünk

$$\cdot x - \cdot y = \cdot - \cdot$$

szorzásokat elvégezve: $\cdot x - \cdot y = -$

kivonást elvégezve a végeredmény: $\cdot x - \cdot y =$