

• Conjuntos

➤ Conceitos iniciais

Um **conjunto** é uma coleção qualquer de objetos, cada um deles chamado de **elemento**.

➤ Representações de um conjunto

Geralmente, nomeamos os conjuntos utilizando letras maiúsculas (por exemplo: $A, B, C, D, \dots, X, Y, Z$) e adotamos letras minúsculas para representar seus elementos (por exemplo: $a, b, c, d, \dots, x, y, z$).

Os elementos do conjunto são colocados entre chaves e separados por vírgula ou ponto e vírgula:

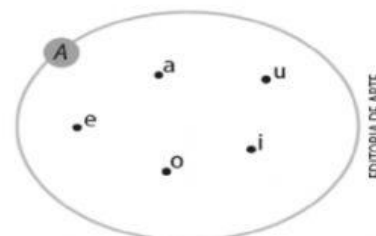
$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

Os elementos do conjunto são indicados por uma ou mais propriedades que os caracterizam:

$$A = \{x \mid x \text{ é vogal do nosso alfabeto}\}$$

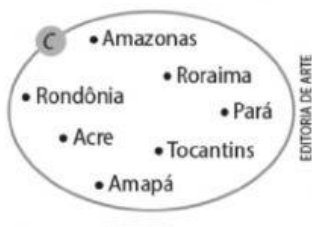
Esse símbolo significa **tal que**.

Os elementos do conjunto aparecem em um **diagrama de Venn**, como mostra esta imagem:



Veja outros exemplos de conjuntos:

- conjunto das consoantes da palavra avião: $A = \{v\}$;
- conjunto dos números naturais pares: $B = \{b \in \mathbb{N} \mid b \text{ é par}\}$;
- conjunto dos estados da região Norte:



Para indicar que um elemento faz parte de determinado conjunto, usamos o símbolo $\in$ (**pertence**), e para indicar que ele não faz parte, usamos o símbolo $\notin$ (**não pertence**). Por exemplo, dado o conjunto das vogais $A = \{a, e, i, o, u\}$, temos:

- $i \in A$ (lê-se: i pertence a A);
- $d \notin A$ (lê-se: d não pertence a A).

➤ Tipos de conjuntos

Quanto ao número de elementos, os conjuntos podem ser classificados como finitos ou infinitos.

Um conjunto é **finito** quando é possível contar seus elementos.

Exemplo do conjunto A das vogais de nosso alfabeto:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

Um conjunto é **infinito** quando não é finito, ou seja, quando não é possível contar todos os seus elementos e finalizar a contagem até certo número. Por exemplo, dado o conjunto B dos números naturais ímpares:

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

Um conjunto é **unitário** quando é formado por um único elemento. Por exemplo:

$$H = \{x \mid x \text{ é um número natural maior do que 6 e menor do que 8}\}$$

Como só existe um número natural maior do que 6 e menor do que 8, temos: $H = \{7\}$. Logo, H é um conjunto unitário.

O **conjunto vazio** é aquele que não possui elementos. Ele é representado por $\{ \}$ ou $\emptyset$. Por exemplo:

$$V = \{x \mid x \text{ é um número natural menor do que zero}\}$$

Como não existe número natural menor do que zero, o conjunto V é vazio. Logo, $V = \emptyset$. Por definição, o conjunto vazio é um conjunto finito.

➤ Subconjuntos

Um conjunto A é **subconjunto** de um conjunto B quando qualquer elemento de A também pertence a B .

Em algumas situações ou contextos, todos os conjuntos considerados são subconjuntos de um mesmo conjunto, denominado **conjunto universo** e representado por U .

Quando um conjunto A é subconjunto de um conjunto B , temos uma **relação de inclusão** e dizemos que A **está contido** em B ou, ainda, que A é parte de B . Podemos dizer também que B **contém** A .

Indica-se:

$A \subset B$ (lê-se: A está contido em B)

↑
Esse símbolo significa está contido.

$B \supset A$ (lê-se: B contém A)

↑
Esse símbolo significa contém.

Veja alguns exemplos:

a) Sendo $A = \{1, 2\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3\}$, tem-se $A \subset B$.

e) $\{a, b\} \subset \{a, b, x, y\}$

b) $\{3, 4, 5\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

f) Sendo $M = \{m \mid m \text{ é um mês do ano que tem 30 dias}\}$ e $Q = \{\text{junho, setembro}\}$, então $Q \subset M$.

c) $\{4, 5, 6\} \subset \{4, 5, 6\}$

d) $\{2, 4, 6, 8\} \subset \{8\}$

➤ Propriedades da relação de inclusão

É possível demonstrar que são válidas as seguintes propriedades para a relação de inclusão de conjuntos:

1ª) **Propriedade reflexiva:** $A \subset A$, para qualquer A , ou seja, um conjunto sempre é subconjunto dele mesmo.

2ª) **Propriedade antissimétrica:** Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$, ou seja, se um conjunto é subconjunto de outro, e vice-versa, então eles são iguais.

3ª) **Propriedade transitiva:** Se $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$, ou seja, se um conjunto é subconjunto de um segundo, que, por sua vez, é subconjunto de um terceiro conjunto, então o primeiro é subconjunto do terceiro.

Observações:

- A relação de pertinência ($x \in A$) é entre elemento e conjunto, enquanto a relação de inclusão ($A \subset B$) é entre dois conjuntos.
- Se existir pelo menos um elemento de A que não pertença a B , dizemos que A **não está contido** em B ou que B **não contém** A .
- O símbolo $\not\subset$ significa **não está contido**.
- O símbolo $\not\supset$ significa **não contém**.
- O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja, $\emptyset \subset A$, qualquer que seja o conjunto A .

➤ Igualdade de conjuntos

Dois conjuntos A e B são **iguais** se, e somente se, um deles for subconjunto do outro. Indicamos $A = B$. Em outras palavras, $A = B$ se todo elemento de um conjunto pertence ao outro.

Dois conjuntos A e B são **diferentes** se, pelo menos, um dos elementos de um dos conjuntos não pertence ao outro. Indicamos $A \neq B$.

Exercícios:

1. Escreva os conjuntos descritos abaixo:

- O conjunto A representado pelos números naturais múltiplos de 3 menores do que 20.
- O conjunto B representado pelos números naturais primos menores do que 27.
- O conjunto C representado pelos números naturais menores do que 50 e múltiplos de 7.
- $D = \{x \mid x \text{ é satélite natural da Terra}\}$.
- $E = \{y \mid y \text{ é consoante da palavra "pedra"}\}$

2. Dado o conjunto $B = \{1, -1, 2, -2\}$, responda se as proposições a seguir são verdadeiras ou falsas:

- | | |
|------------------|----------------------|
| a) $1 \in B$ | d) $\{-1\} \notin B$ |
| b) $\{1\} \in B$ | e) $1 \notin B$ |
| c) $2 \in B$ | f) $3 \in B$ |



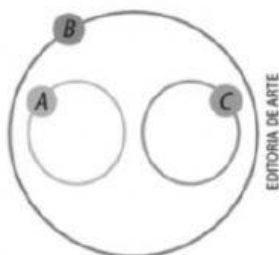
• Agora reúna-se a um colega, e, para as afirmativas falsas, reescrevam-nas, alterando-as para que se tornem verdadeiras.

3. Observe o conjunto $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$. Represente os subconjuntos de A formados:
- pelos números maiores do que 5 e menores do que 10;
 - pelos números pares;
 - pelos números ímpares maiores do que ou iguais a 7.
4. Dado o conjunto $E = \{2, 4, 6, 8\}$, liste todos os subconjuntos de E formados por:
- 3 elementos;
 - 4 elementos.
5. Sejam a e b números naturais, determine o valor de $a + b$, tal que $\{0, 1, 2\} = \{2, a, b\}$.
6. Uma pessoa tem quatro opções de música para escutar: a , b , c e d . Se ela quiser ouvir apenas duas músicas diferentes por dia, quais possibilidades de pares ela tem para escolher?



• Pessoas que ouvem música alta têm risco de perda auditiva.

7. No diagrama a seguir, A , B e C são três conjuntos não vazios.



Associe V ou F a cada uma das seguintes sentenças, conforme ela seja verdadeira ou falsa.

- | | |
|------------------|----------------------|
| a) $A \subset B$ | e) $B \not\subset A$ |
| b) $C \subset B$ | f) $A \not\subset C$ |
| c) $B \subset A$ | g) $B \supset A$ |
| d) $A \subset C$ | h) $A \not\supset B$ |

8. Dados os conjuntos $A = \{1\}$, $B = \{0, 1\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{0, 1, 2, 4\}$, relacione cada par de conjuntos a seguir usando o símbolo $\subset$ ou $\not\subset$.

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a) A e B | c) A e D | e) B e D |
| b) A e C | d) B e C | f) C e D |

9. Sejam A , B e C os conjuntos a seguir:

$A = \{x \mid x \text{ é número natural par compreendido entre 3 e 15}\};$

$B = \{x \mid x \text{ é número natural par menor do que 15}\};$

$C = \{x \mid x \text{ é número natural par diferente de 2}\}.$

Relacione cada par a seguir usando o símbolo $\subset$ ou $\not\subset$.

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a) A e B | b) A e C | c) B e C |
|--------------|--------------|--------------|

10. Dado o conjunto $A = \{0, 2, 3\}$, diga se as proposições a seguir são verdadeiras ou falsas.

- | | | |
|------------------|--------------------------|----------------------|
| a) $0 \in A$ | d) $\{3\} \subset A$ | g) $\emptyset \in A$ |
| b) $1 \subset A$ | e) $\{1, 2\} \subset A$ | h) $\{3\} \in A$ |
| c) $3 \in A$ | f) $\emptyset \subset A$ | |

11. Indique apenas as afirmações verdadeiras.

- $\{5\} \subset \{0, 5, 10, 15\}$
- $\{a, b, c\} \supset \{b, a, c\}$
- $2 \subset \{0, 2, 4\}$
- $8 \in \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- $\{1, 2, 3\} \supset \{1, 2\}$
- $\{-1, 6\} \not\subset \{\text{números naturais}\}$
- $3 \in \{0, 3, 6, 9\}$
- $\frac{1}{2} \notin \{\text{números naturais}\}$

12. Sendo P e Q dois conjuntos não vazios, de modo que $P \subset Q$, indique apenas as afirmações verdadeiras. _____

- Sempre existe x , $x \in P$, tal que $x \notin Q$.
- Sempre existe x , $x \in Q$, tal que $x \notin P$.
- Se $x \in Q$, então $x \in P$.
- Se $x \notin Q$, então $x \notin P$.
- P e Q não têm elementos em comum.

13. Quantos conjuntos M satisfazem à sentença a seguir? _____

$$\{1, 2\} \subset M \subset \{1, 2, 3, 4\}$$

14. Qual deve ser a relação entre os conjuntos A , B e C para que $A \subset B$, $B \subset C$ e $C \subset A$?