

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Determinan dan Invers Matriks

Petunjuk Pengisian LKPD

1. Pahami, catat dan pelajari video yang ada di kolom Materi Pembelajaran
2. Lengkapi kotak-kotak berwarna abu-abu () di bagian Kegiatan Inti dan Latihan Soal, isi kotak dengan huruf dan bilangan
3. Jika terdapat angka ribuan, maka tuliskan angka tersebut **tanpa menggunakan tanda pemisah titik (.)**
4. Jangan lupa klik **Finish** jika telah selesai mengerjakan hingga muncul kotak dialog

Enter your full name:

Group/level:

Kolom **Enter your full Name** : (Diisi dengan huruf Kapital sesuai dengan NAMA LENGKAP mu, Contoh: **MUHAMMAD EKA NARENDRA**)

Kolom **Group/Level** : (Diisi dengan huruf kapital sesuai dengan kelasmu, contoh: **XI TKRO 4**)

5. Jika telah mengisi Nama dan Kelas maka Klik **Send**
6. Nilai yang kamu peroleh bisa keluar secara otomatis segera setelah kalian klik send

KELAS XI SEMESTER GASAL

SMK NEGERI 2 KUDUS

1. Determinan Matriks Ordo 2×2

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Maka **Determinan $A = \text{Det } A = |A| = a.d - b.c$**



Latihan Soal 1:

Diketahui Matriks $K = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$

Tentukan Determinan Matriks K!

Jawab:

$$K = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } A &= |A| &= a.d - b.c \\ &= 6 \cdot (-4) - 5 \cdot (-5) \\ &= \square + 25 \\ &= \square \end{aligned}$$

Latihan Soal 2

Diketahui Matriks $N = \begin{bmatrix} 10x & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

Jika matriks N memiliki Determinan $|A| = 51$,
Hitunglah Nilai x !

Jawab:

$$N = \begin{bmatrix} 10x & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} |A| &= a.d - b.c \\ 51 &= 10x \cdot \square - \square \cdot \square \\ 51 &= 30x - \square \\ 51 + \square &= 30x \\ \square &= 30x \\ \frac{\square}{\square} &= x \\ \square &= x \end{aligned}$$



2. Invers Matriks Ordo 2×2

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Maka Invers Matriks $A = A^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - b \cdot c} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Latihan Soal 3:

Diketahui Matriks $K = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$

Tentukan Invers Matriks K!

Jawab:

$K = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$

$$K^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - b \cdot c} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\square \cdot (-4) - 3 \cdot (\square)} \cdot \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-20 + \square} \cdot \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\square}{\square} \cdot \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

PERSAMAAN MATRIKS

Ada 2 Jenis Rumus Persamaan Matriks:

1. Jika Bentuk Soalnya $A \cdot X = B$

Maka Penyelesaiannya $X = A^{-1} \cdot B$

2. Jika Bentuk Soalnya $X \cdot A = B$

Maka Penyelesaiannya $X = B \cdot A^{-1}$

Latihan Soal 5

Diketahui suatu persamaan Matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 11 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Tentukan matriks X !

- Menentukan dahulu matriks A^{-1} nya

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 11 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6 \cdot \square - 2 \cdot \square} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -11 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\square - \square} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -11 & \square \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} 4 & \square \\ -11 & 6 \end{bmatrix}$$

- Menghitung perkalian matriksnya

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -11 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} 4 \cdot 8 + (-2) \cdot 0 & 4 \cdot 10 + (-2) \cdot 6 \\ -11 \cdot 8 + 6 \cdot 0 & (-11) \cdot 10 + 6 \cdot 6 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \square & \square \\ -88 & -74 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{\square}{2} & \frac{\square}{2} \\ \frac{-88}{2} & \frac{-74}{2} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \square & \square \\ -44 & \square \end{bmatrix}$$

Latihan Soal 6

Diketahui suatu Matriks : $M = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ dan matriks $N = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$

Tentukan Matriks K jika memuat persamaan matriks $K \cdot M = N$!

Jawab:

Persamaan Matriks $K \cdot M = N$

$$K \cdot \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

- Menentukan matriks M^{-1} terlebih dahulu

$$M^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{3 \cdot \square - \square \cdot \square} \cdot \begin{bmatrix} \square & -8 \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{\square - \square} \cdot \begin{bmatrix} \square & -8 \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} \square & -8 \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

- Menghitung nilai matriks

$$K = N \cdot M^{-1}$$

$$K = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{-1} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \square & -8 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} 4 \cdot \square + 3 \cdot (-2) & 4 \cdot (-8) + 3 \cdot 3 \\ 0 \cdot \square + 7 \cdot (-2) & 0 \cdot (-8) + 7 \cdot 3 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} 20 + (-6) & -32 + 9 \\ 0 + (-14) & 0 + 21 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{\square} \cdot \begin{bmatrix} 14 & \square \\ \square & 21 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{14}{-1} & \frac{\square}{-1} \\ \frac{-14}{-1} & \frac{21}{-1} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -14 & \square \\ \square & -21 \end{bmatrix}$$

DETERMINAN MATRIKS ORDO 3 X 3

Jika $C = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

Maka **Determinan C = Det C = |C|** = $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \\ g & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix}$

$$|C| = (a \cdot e \cdot i) + (b \cdot f \cdot g) + (c \cdot d \cdot h) - (b \cdot d \cdot i) - (a \cdot f \cdot h) - (c \cdot e \cdot g)$$

Latihan Soal 4

Tentukan Determinan matriks Ordo 3 x 3 berikut ini:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Jawab:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = |A| = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Det } A = |A| = (5 \cdot 4 \cdot 8) + (1 \cdot 0 \cdot 1) + (2 \cdot 3 \cdot 1) - (1 \cdot 3 \cdot 8) - (5 \cdot 0 \cdot 1) - (2 \cdot 4 \cdot 1)$$

$$\text{Det } A = |A| = 160 + \square + \square - \square - \square - \square$$

$$\text{Det } A = |A| = \square$$

ATURAN CRAMER MATRIKS

UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH KONTEKSTUAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

Solusi Permasalahan di atas untuk menentukan nilai x, y, dan z:

$$x = \frac{\det x}{\det d} \quad y = \frac{\det y}{\det d} \quad z = \frac{\det z}{\det d}$$

Latihan Soal 7

Shafana membeli 1 bungkus nasi kuning, 2 bakwan goreng, dan 1 es jeruk di kantin Resik dengan harga Rp 6.000,00. Fitri membeli 2 bungkus nasi kuning dan 1 es jeruk dengan harga Rp 5.000,00. Sedangkan Ataya membeli 2 bakwan goreng dan 1 es jeruk dengan harga Rp 4.000,00.

Berapakah harga Nasi Kuning, Bakwan goreng, dan Es Jeruk per buahnya di kantin Resik!

Penyelesaian

- Model Matematika

Nasi kuning = n

Bakwan goreng = b

Es jeruk = e

	Nasi kuning (n)	Bakwan Goreng (b)	Es jeruk (e)	Harga
Shafana	$1n$	$2b$	$1e$	6000
Fitri	$2n$	$0b$	$1e$	7000
Ataya	$0n$	$2b$	$1e$	4000

- Bentuk Persamaan Matriks dari tabel di atas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n \\ b \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6000 \\ 7000 \\ 4000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det d = |d| &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= (1 \cdot 0 \cdot 1) + (2 \cdot 1 \cdot 0) + (1 \cdot 2 \cdot 2) - \\ &\quad (2 \cdot 2 \cdot 1) - (1 \cdot 1 \cdot 2) - (1 \cdot 0 \cdot 0) \\ &= \square + 0 + \square - 4 - \square - \square \\ &= \square \end{aligned}$$

- Menentukan determinan nilai n dengan ATURAN CRAMER

$$\det n = |n| = \begin{vmatrix} 6000 & 2 & 1 \\ 7000 & 0 & 1 \\ 4000 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6000 & 2 \\ 7000 & 0 \\ 4000 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6000 & 2 \\ 7000 & 0 \\ 4000 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (6000 \cdot 0 \cdot 1) + (2 \cdot 1 \cdot 4000) + (1 \cdot 7000 \cdot 2) - (2 \cdot 7000 \cdot 1) - (6000 \cdot 1 \cdot 2) - (1 \cdot 0 \cdot 4000)$$

$$= 0 + \boxed{} + \boxed{} - 14000 - \boxed{} - 0$$

$$= \boxed{}$$

- Menentukan determinan nilai b dengan ATURAN CRAMER

$$\det b = |b| = \begin{vmatrix} 1 & 6000 & 1 \\ 2 & 7000 & 1 \\ 0 & 4000 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 6000 \\ 2 & 7000 \\ 0 & 4000 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 6000 \\ 2 & 7000 \\ 0 & 4000 \end{vmatrix}$$

$$= (1 \cdot 7000 \cdot 1) + (6000 \cdot 1 \cdot 0) + (1 \cdot 2 \cdot 4000) - (6000 \cdot 2 \cdot 1) - (1 \cdot 1 \cdot 4000) - (1 \cdot 7000 \cdot 0)$$

$$= \boxed{} + 0 + \boxed{} - 12000 - \boxed{} - 0$$

$$= \boxed{}$$

- Menentukan determinan nilai e dengan ATURAN CRAMER

$$\det e = |e| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6000 \\ 2 & 0 & 7000 \\ 0 & 2 & 4000 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6000 & 2 \\ 7000 & 0 \\ 4000 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (1 \cdot 0 \cdot 4000) + (2 \cdot 7000 \cdot 0) + (6000 \cdot 2 \cdot 2) - (2 \cdot 2 \cdot 4000) - (1 \cdot 7000 \cdot 2) - (6000 \cdot 0 \cdot 0)$$

$$= 0 + 0 + \boxed{} - \boxed{} - \boxed{} - 0$$

$$= \boxed{}$$

- Menentukan nilai n, b, e dengan ATURAN CRAMER

Nilai n

$$n = \frac{\det n}{\det d} = \frac{\boxed{}}{-2} = \boxed{}$$

$$b = \frac{\det b}{\det d} = \frac{\boxed{}}{-2} = \boxed{}$$

$$e = \frac{\det e}{\det d} = \frac{\boxed{}}{-2} = \boxed{}$$