

MATRIKS

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Melalui kegiatan diskusi, siswa dapat menjelaskan pengertian matriks, kesamaan matriks dan transpose matriks dengan tepat.
2. Melalui kegiatan diskusi dan menggali informasi siswa dapat menentukan cara penyelesaian operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan serta perkalian matriks dengan tepat.
3. Melalui kegiatan diskusi dan studi literatur siswa dapat melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta dengan benar.
4. Melalui kegiatan diskusi dan menggali informasi siswa dapat mencoba mengubah permasalahan kontekstual kedalam kalimat matematika dengan tepat.
5. Melalui kegiatan diskusi dan menggali informasi siswa dapat mencari solusi dari permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya dengan tepat.

Pilihlah Jawaban yang tepat

Lembar kerja Siswa (LKS)

LEMBAR KERJA 2

Pertemuan 2

Matriks, Kesamaan Matriks dan Transpose Matriks

Masalah 2: Kesamaan Matriks

Perhatikan permasalahan berikut:

Pak Asep seorang pekerja bangunan, dia dan teman-temannya sedang membangun sebuah rumah tinggal. Pada pengecatan minggu pertama, rumah itu menghabiskan cat tembok warna putih sebanyak 6 kaleng dan cat kayu sebanyak 3 kaleng. Pak Asep juga memakai cat warna biru dan telah menghabiskan 4 kaleng cat tembok, juga 3 kaleng cat kayu.

Dari data diatas lengkapi tabel berikut ini:

Data A

Warna Cat	Jenis Cat	
	Cat Tembok	Cat Kayu
Warna Putih		
Warna Biru		

Coba tuliskan data-data (angka) dalam tabel dalam bentuk baris dan kolom berikut:

$$\begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$

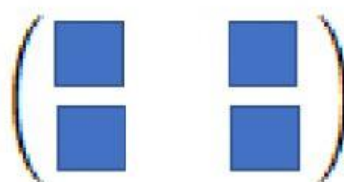
Perhatikan permasalahan berikut:

Pada masalah 1 dikatakan bahwa penggunaan cat Pak Asep untuk minggu pertama anggap saja itu dengan pemisalan dari A dan B untuk penggunaan cat yang dihabiskan Pak Asep pada minggu kedua untuk cat tembok warna putih ada 6 kaleng dan biru 4 kaleng, sedangkan cat kayu warna putih ada 3 kaleng dan biru ada 3 kaleng. Bila dilakukan seperti penyelesaian masalah 1, tuliskan bentuk matriks dari A dan B!

Data B

Warna Cat	Jenis Cat	
	Cat Tembok	Cat Kayu
Warna Putih		
Warna Biru		

Coba tuliskan data-data (angka) dalam tabel dalam bentuk baris dan kolom berikut:



- a. Bagaimana ordo matriks A dan ordo matriks B?

Ordo matriks A Ordo dan matriks B

- b. Perhatikan elemen baris dan elemen kolom pada matriks A dan matriks B! apa yang dapat kalian simpulkan?

Elemen pada matriks A dan elemen pada matriks B

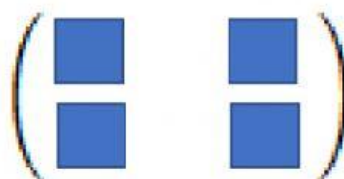
- c. Dari a dan b tanda apa yang bisa kalian gunakan diantara tanda (=) atau ($\neq$) untuk matriks A dan matriks B.

AB

- d. Jika diketahui penggunaan cat pada minggu ketiga untuk cat tembok warna putih 6 kaleng dan biru 3 kaleng lalu cat kayu warna putih ada 4 kaleng dan biru 3 kaleng, misalkan sebagai matriks C. Apa yang bisa kalian tuliskan mengenai:

Warna Cat	Jenis Cat	
	Cat Tembok	Cat Kayu
Warna Putih		
Warna Biru		

Coba tuliskan data-data (angka) dalam tabel dalam bentuk baris dan kolom berikut:



- ☐ Ordo matriks A dan ordo matriks C
- ☐ Ordo matriks B dan ordo matriks C
- ☐ Elemen-elemen matriks A dan elemen-elemen matriks C
- ☐ Elemen-elemen matriks B dan elemen-elemen matriks C
- ☐ Kesimpulan mengenai matriks A dengan C dan matriks B dengan C dengan menggunakan tanda (=) atau ($\neq$)
AC dan BC

Berdasarkan jawaban pada a, b, c dan d kesimpulan apa yang bisa kalian tuliskan mengenai syarat dua matriks yang sama?

Dua matriks dikatakan sama jika:

-
.....
-
.....

Dari hal yang sudah kalian pahami dari penyelesaian masalah2, coba lengkapi hal berikut:
Diketahui bentuk berikut:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} h & i & j \\ k & l & m \end{pmatrix}$$

Jika $A = B$, maka:

Elemen a =, Elemen d =
Elemen b =, Elemen e =
elemen c =, Elemen f =

MATERI PEMBELAJARAN

1. Pengertian

Perhatikan tabel yang memuat data jumlah beberapa siswa di suatu sekolah SMK di Kota Bandung adalah berikut ini:

Tabel Jumlah Siswa

Kelas	Laki-laki	Perempuan
I	250	185
II	240	200
III	245	105

Dari tabel di atas, bila di ambil angka-angkanya dan ditulis dalam tanda kurung buka dan kurung tutup,

bentuknya menjadi $\begin{pmatrix} 250 & 185 \\ 240 & 200 \\ 245 & 105 \end{pmatrix}$

bentuk sederhana inilah yang disebut dengan matriks. Beberapa pengertian tentang matriks:

- Matriks adalah himpunan skalar (bilangan riil atau kompleks) yang disusun atau dijabarkan secara empat persegi panjang menurut baris-baris dan kolom-kolom.
- Matriks adalah jajaran elemen (berupa bilangan) berbentuk empat persegi panjang.
- Matriks adalah suatu himpunan kuantitas-kuantitas (yang disebut elemen), disusun dalam bentuk persegi panjang yang memuat baris-baris dan kolom-kolom. Notasi yang digunakan :

$$\left(\begin{array}{ccc} & & \end{array} \right) \text{ atau } \left[\begin{array}{ccc} & & \end{array} \right]$$

2. Notasi Matriks

Matriks kita beri nama dengan huruf capital seperti A, B, C dan lain-lain. Matriks mempunyai i baris dan j kolom ditulis $A=(a_{ij})$, artinya suatu matriks A yang elemen-elemennya a_{ij} dimana indeks i menyatakan baris ke i dan indeks j menyatakan kolom ke j dari elemen tersebut.

Secara umum:

Matriks $A=(a_{ij})$, $i=1, 2, 3, \dots, m$ dan $j=1, 2, 3, \dots, n$ yang berarti bahwa banyaknya baris m dan banyaknya kolom n.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 12 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 12 & -1 \end{pmatrix}$$

Ukuran matriks	2x2	2x1	1x4
Jumlah baris	2	2	1
Jumlah kolom	2	1	4

Matriks yang hanya mempunyai satu baris disebut matriks baris, sedangkan matriks yang hanya mempunyai satu kolom disebut matriks kolom.

3. Kesamaan

Dua matriks $A=(a_{jk})$ dan matriks $B=(b_{jk})$ yang berukuran sama (memiliki jumlah baris dan kolom yang sama), dikatakan sama jika dan hanya jika $a_{jk}=b_{jk}$. Sebagai contoh

$$\begin{pmatrix} x & r & u \\ y & s & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 8 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Maka $x = 3$, $y = -1$, $r = 0$, $s = 4$, $u = 8$, dan $v = 3$.

4. Transpose Matriks

Jika diketahui suatu matriks $A = a_{jk}$ berukuran $m \times n$ maka transpose dari A adalah matriks A^T berukuran $n \times m$ yang didapat dari A dengan menuliskan baris ke- i dari A sebagai kolom ke- j dari A^T .

5. Operasi Pada Matriks

a. Penjumlahan Matriks

Penjumlahan matriks hanya dapat dilakukan terhadap matriks-matriks yang mempunyai ukuran (orde) yang sama. Jika $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ adalah matriks-matriks berukuran sama. Maka $A + B$ adalah suatu matriks $C = (c_{ij})$ dimana $(c_{ij}) = (a_{ij}) + (b_{ij})$ atau $(A) + (B) = (C)$ mempunyai ukuran yang sama dan elemennya $(c_{ij}) = (a_{ij}) + (b_{ij})$.

Contoh

Diketahui matriks-matriks sebagai berikut :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+0 & 1+2 \\ 4+1 & 2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Matriks $A + C$ tidak terdefinisi (tidak dapat dijumlahkan) karena matriks A dan C mempunyai ordo yang berbeda.

b. Pengurangan Matriks

Sama seperti pada penjumlahan matriks, pengurangan matriks hanya dapat dilakukan pada matriks-matriks yang mempunyai ukuran yang sama. Jika ukurannya berlainan maka matriks hasil tidak terdefinisikan.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \text{ maka:}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0 & 4-2 \\ 4-3 & 5-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c. Perkalian Matriks dengan Skalar

Jika k adalah suatu bilangan skalar dan $A = (a_{ij})$ maka matriks $kA = (ka_{ij})$ yaitu suatu matriks kA yang diperoleh dengan mengalikan semua elemen matriks A dengan k . Mengalikan matriks dengan skalar dapat dituliskan di depan atau dibelakang matriks. Misalnya, $(C) = k(A) = (A)k$ dan $(c_{ij}) = (ka_{ij})$.

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ dengan } k = 2, \text{ maka:}$$

$$2A = 2 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.3 & 2.4 \\ 2.4 & 2.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$$

$$3B = 3 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.0 & 3.2 \\ 3.3 & 3.4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$$

d. Perkalian Matriks dengan Matriks

Beberapa yang perlu diperhatikan:

- 1) Perkalian matriks dengan matriks umumnya tidak komutatif.
- 2) Syarat perkalian matriks adalah banyaknya kolom matriks pertama sama dengan banyaknya baris matriks kedua.
- 3) Jika matriks A berukuran $m \times p$ dan matriks B berukuran $p \times n$ maka perkalian A.B adalah suatu matriks $C = (c_{ij})$ berukuran $m \times n$ dimana

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \dots + a_{ip}b_{pj}$$

Contoh:

Diketahui :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ mak}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (3 \times 3) + (2 \times 1) + (1 \times 0) \\ (1 \times 3) + (2 \times 1) + (1 \times 0) \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \end{pmatrix}$$

