LEMBAR KERJA PESEERTA DIDIK (LKPD)

DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 3 X 3

Satuan Pendidikan : SMA Uswatun Hasanah
Mata Pelajaran : Matematika Wajib
Kelas /Semester : XI / Ganjil
Materi Pokok : Matriks
Materi SubPokok : Determinan Matriks Ordo 3 x 3

Nama Kelompok :
1. .....
2. .....
3. .....
4. .....
5. .....

Kompetensi Dasar

3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2 x 2 dan 3 x 3
4.4 Menyelesaiakan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2 x 2 dan 3 x 3

IPK

3.4.4 Menentukan determinan matriks ordo 3 x 3 dengan metode sarrus
3.4.5 Menentukan determinan matriks ordo 3 x 3 dengan metode ekspansi kofaktor
4.4.2 Menyelesaiakan masalah konteksual dengan menggunakan determinan matriks ordo 3 x 3

Tujuan Pembelajaran

Melalui model pembelajaran *Problem Base Learning (PBL)* dan metode diskusi dan tanya jawab, peserta didik mampu menentukan determinan matriks ordo 3 x 3 dalam penyelesaian masalah kontektual dengan baik dan benar.

Petunjuk Penggunaan LKPD :

1. Berdoala sebelum mengerjakan
2. Kerjakan LKPD ini dengen teman sekelompokmu
3. Kerjakan LKPD ini sesuai perintah dan langkah - langkahnya
4. Tulis jawaban di kolom jawaban yang telah disediakan

LIVEWORKSHEETS

DETERMINAN MATRIKS

ORDO 3 X 3

Kegiatan 1 : Menentukan Determinan Matriks Ordo 3 x 3 dengan Metode Sarrus

Perhatikan Masalah berikut ini!





Harga 2 kg mangga, 1 kg jeruk, dan 1 kg apel Rp 51.000,00. Harga 1 kg mangga, 2 kg jeruk dan 1 kg apel Rp 54.000,00. Harga 2 kg jeruk dan 3 kg apel Rp 80.000,00. Berapakah harga perkilogram dari mangga, jeruk dan apel

Permasalahan diatas dapat diselesaikan dengan menggunakan determinan matriks. Untuk itu perlu kita mempelajari terlebih dahulu cara menentukan determinan matrik ordo 3x3.

Ingat kembali materi sistem persamaan linier yang sudah kalian pelajari. Buatlah sistem persamaan linier dari masalah diatas.

Misalkan :

x = ...

y = ...

z = ...

Maka sistem persamaan linier tiga variabel yang sesuai dengan permasalahan adalah sebagai berikut :

..... = ...

..... = ...

..... = ...

$\Rightarrow$ $\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

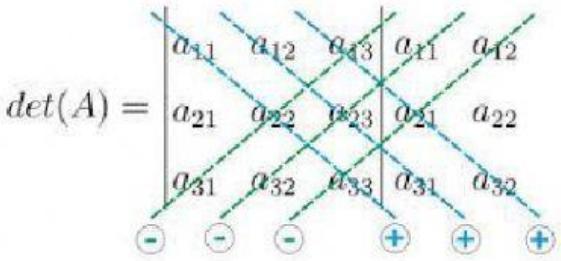
LIVEWORKSHEETS

Bagaimana menentukan determinan untuk matrik ordo 3x3 ? mari kita perhatikan ulasan berikut terlebih dahulu sebelum menyelesaikan masalah diatas.

Ada beberapa cara menentukan determinan matrik ordo 3x3, antara lain *Metode Sarrus.* Cara tersebut sebagai berikut.

Misalkan $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ maka determinan matrik A dapat ditentukan dengan

menggunakan metode sesuai dengan ilustrasi berikut :



Secara matematis dapat ditulis menjadi :

Det A = $|A| = a_{11}.a_{22}.a_{33} + a_{12}.a_{23}.a_{31} + a_{13}.a_{21}.a_{32} - a_{13}.a_{22}.a_{31} - a_{11}.a_{23}.a_{32} - a_{12}.a_{21}.a_{33}$

Setelah membaca dan memahami ulasan diatas, tentukan determinan matrik ordo 3x3 dari permasalahan diatas :

Langkah – langkah menentukan matriks ordo 3 x 3

1. Tulis kembali matriks ordo 3 x 3

$\left(\quad \right)$

2. Tulis kembali elemen – elemen kolom 1 dan 2 disamping kolom 3

$\left| \quad \right|$

3. Kalikan tiap elemen yang berada pada tiga diagonal utama, lalu jumlahkan hasil kalinya

... ... + ⋯ ... ... + ⋯ ... ... = ⋯

LIVEWORKSHEETS

4. Kalikan tiap elemen yang berada pada tiga diagonal utama, lalu jumlahkan hasil kalinya

$\dots\dots\dots + \cdots\dots\dots + \cdots\dots\dots = \cdots$

5. Kurangkan jumlahdarihasil kalipada diagonal utama dengan jumlah dari hasil kali pada diagonal samping

$\dots - \cdots = \cdots$

Jadi determinan matriks adalah .....

Untuk menentukan nilai x, y, dan z pada pemasalahan diatas, kita akan menggunakan determinan matriks sebagai cara menyelesaiakan permasalahan tersebut

Langkah 1 : Tuliskan bentuk matriks permasalah diatas

$$\begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Langkah 2 : cari determinan dari masing – masing variable

$D_x = \begin{vmatrix} & \end{vmatrix}$

$= (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots)$

$= (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots)$

$= \cdots\dots\dots\dots - \cdots\dots\dots\dots = \cdots.$

$D_y = \begin{vmatrix} & \end{vmatrix}$

$= (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots)$

$= (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots)$

$= \cdots\dots\dots\dots - \cdots\dots\dots\dots = \cdots.$

$D_z = \begin{vmatrix} & \end{vmatrix}$

$= (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots)$

$= (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots\dots)$

$= \cdots\dots\dots\dots - \cdots\dots\dots\dots = \cdots.$

Langkah 3 : cari determinan dari masing – masing variable

$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \cdots$ $\quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \cdots$ $\quad z = \frac{D_z}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \cdots$

LIVEWORKSHEETS

Kegiatan 2 : Menentukan Determinan Matriks Ordo 3 x 3 dengan Metode Ekspansi Kofaktor

Selain menggunakan metode sarrus, determinan matrik ordo 3x3 dapat ditententukan dengan metode ekspansi kofaktor dan minor. Apakah itu minor ? apakah itu kofaktor ? perhatikan ilustrasi berikut !

Misalkan kita mempunyai matrik $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

1. Pengertian Minor

Minor dari elemen umum adalah determinan yang berisi elemen setelah baris dan kolom yang dihilangkan.

Misalnya minor (M_{22}) berarti determinan yang berisi elemen setelah baris dan kolom pada letak 2 dihilangkan.

Penghilangan kolom ke-2

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ penghilang baris ke-2

Maka minor elemen matriks $M_{22} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$

Misalnya minor (M_{31}) berarti determinan yang berisi elemen baris 3 dan kolom 1 dihilangkan.

Penghilangan kolom ke-1

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ penghilang baris ke-2

Maka minor elemen matriks $M_{31} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$

2. Pengertian Kofaktor

Kofaktor dari sebuah elemen adalah minor beserta tandanya. Kofaktor elemen baris ke-i dan kolom ke-j ditulis :

$$K_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

Untuk mempermudah kalian bisa memperoleh tanda determinan dengan mensubtitusi nilai i dan j sesuai dengan posisi baris dan kolom masing-masing elemen matriks sebagai berikut :

LIVEWORKSHEETS

$$\begin{vmatrix} + & - & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

3. Ekspansi dengan Kofaktor - Minor

Dengan menggunakan ekspansi kofaktor minor kalian dapat menghitung nilai determinan matriks ordo 3x3.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Misalkan akan dicari determinan matriks (A) dengan aturan ekspansi kofaktor minor baris pertama.

$$\det(A) = a_{11}K_{11} - a_{12}K_{12} + a_{13}K_{13}$$

Sekarang coba kerjakan kembali permasalahan berikut dengan menggunakan metode ekspansi kofaktor dan minor.

> Harga 2 kg mangga, 1 kg jeruk, dan 1 kg apel Rp 51.000,00. Harga 1 kg mangga, 2 kg jeruk dan 1 kg apel Rp 54.000,00. Harga 2 kg jeruk dan 3 kg apel Rp 80.000,00. Berapakah harga perkilogram dari mangga, jeruk dan apel

Ingat kembali materi sistem persamaan linier yang sudah kalian pelajari. Buatlah sistem persamaan linier dari masalah diatas.

Misalkan :
x = ...
y = ...
z = ...
Maka sistem persamaan linier tiga variabel yang sesuai dengan permasalahan adalah sebagai berikut :

..... = ...
..... = ...
..... = ...

$\Rightarrow$ $\left(\quad\right)\left(\ \right)=\left(\ \right)$

LIVEWORKSHEETS

Hitunglah determinan matriks ordo 3x3 yang anda peroleh pada permasalahan diatas dengan menggunakan cara ekspansi kofaktor minor **elemen baris pertama** :

$A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$det|A| = \cdots \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} - \cdots \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} + \cdots \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$

$det|A| = \cdots(\ldots) - \cdots(..) + \cdots(\ldots)$

$= \cdots - \cdots + \cdots = \cdots$



Sekarang kalian coba mengerjakan determinan matrik dari permasalahan diatas dengan ekspansi kofaktor minor selain baris pertama

Jawab

elemen ..... :

$A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$det|A| = \cdots \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} - \cdots \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} + \cdots \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$

$det|A| = \cdots(\ldots) - \cdots(..) + \cdots(\ldots)$

$= \cdots - \cdots + \cdots = \cdots$

LIVEWORKSHEETS

Generalization

Buat kesimpulan dari kegiatan kalian diatas :

LIVEWORKSHEETS

Ayo Berlatih !

1. Hitunglah nilai determinan matriks dibawah ini dengan cara sarrus !

   $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

2. Jika diketahui matriks $Q = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & -6 \end{pmatrix}$, tentukan determinan matrik Q dengan cara ekspansi kofaktor minor !

LIVEWORKSHEETS