



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

SMK NEGERI 5 SURAKARTA



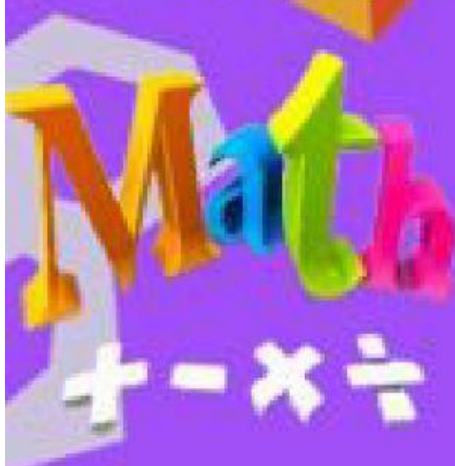
LKPD DIGITAL MATEMATIKA

MATRIKS-1

NAMA :

NIS :

KELAS :



M A T R I K S

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
KELAS : X

A. Kompetensi Dasar

- 3.15 : Menerapkan operasi matriks dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks
 4.15 : Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks

B. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari modul ini diharapkan siswa dapat:

- 1) Menyatakan masalah-masalah dalam kehidupan nyata misalnya tabel, jadwal dan sebagainya dalam bentuk matriks
- 2) Menentukan ordo matriks dan menyebutkan elemen-elemennya
- 3) Menentukan jenis-jenis matriks dan memberikan contohnya
- 4) Menentukan transpose suatu matriks
- 5) Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kesamaan dua matriks.

C. Materi Pembelajaran:

➤ Pengertian Matriks

Dalam kehidupan sehari-hari tanpa kita sadari terkadang sebuah kegiatan yang kita laksanakan dapat kita tampilkan dalam materi matematika.

Contoh1:

Dalam menyiapkan ujian Akhir Nasional, Parmin mencatat dan mengevaluasi semua hasil ulangan untuk program diklat Matematika, Bahasa Indonesia, dan Bahasa Inggris seperti pada tabel di bawah ini:

Ulangan Ke-	I	II	III	IV
Matematika	6	7	5	7
Bahasa Indonesia	6	7	7	8
Bahasa Inggris	5	6	7	7

Catatan nilai Parmin dapat disajikan dalam bentuk:

$$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix} \text{ atau dalam bentuk } \begin{bmatrix} 6 & 7 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

Contoh 2:

Kondisi presensi tiap hari untuk setiap tingkat dapat ditampilkan dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Kelas\Keterangan	Sakit	Ijin	Alpha
Kelas X 1	1	2	1
Kelas X 2	2	1	1
Kelas X 3	0	0	1
Kelas X 4	1	2	0

Tampilan data di atas dapat disajikan dalam bentuk:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ atau dalam bentuk } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Susunan seperti di atas dinamakan **MATRIKS**.

Matriks contoh 1: $\begin{pmatrix} 6 & 7 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} \rightarrow \text{Baris ke 1} \\ \rightarrow \text{Baris ke 2} \\ \rightarrow \text{Baris ke 3} \end{matrix}$

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ \text{kolom} \end{matrix}$

Matriks contoh 2: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} \rightarrow \text{Baris ke 1} \\ \rightarrow \text{Baris ke 2} \\ \rightarrow \text{Baris ke 3} \end{matrix}$

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{kolom} & 1 & 2 & 3 \end{matrix}$

Jadi, matriks adalah susunan berbentuk persegi panjang dari bilangan-bilangan yang disusun pada baris dan kolom dan diletakkan di dalam dua tanda kurung atau kurung siku.

➤ Elemen dan Notasi Suatu Matriks

Setiap bilangan pada matriks disebut elemen matriks dan diberi nama sesuai dengan nama baris dan nama kolom. Perhatikan matriks A di bawah ini:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

Untuk menamai suatu matriks, seringkali kita gunakan satu huruf capital seperti A, B, C. Sedangkan elemen-elemen matriks seringkali dinotasikan

dengan huruf kecil sesuai dengan nama matriksnya, seperti a_{ij} untuk elemen-elemen matriks A.

Angka 8 dalam lingkaran menunjukkan elemen matriks A yang dituliskan dengan notasi a_{24} , yang berarti angka 8 adalah elemen baris ke 2 dan kolom ke 4. Apabila ada tampilan elemen a_{ij} , berarti menunjukkan elemen matriks A baris ke i dan kolom ke j .

Apabila disuruh menyebutkan elemen-elemen dari baris ke 3 adalah 5, 6, 7, dan 7.

Apabila disuruh menyebutkan elemen-elemen dari kolom ke 2 adalah 7, 7, dan 7.

Ide penampilan matriks dalam matematika dikenalkan pada tahun 1857 oleh **Arthur Cayley** (1821-1895) yang berkebangsaan Inggris.

➤ Ordo Suatu Matriks

Suatu matriks A berukuran $i \times j$ adalah susunan berbentuk persegi panjang dari ij elemen (dalam bentuk bilangan) yang disusun dalam i baris dan j kolom.

Matriks A sering dinotasikan dalam bentuk:

$$A = a_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{pmatrix}$$

Untuk matriks yaitu $i \times j$, seringkali disebut ordo matriks, sehingga matriks A dapat ditulis dengan: A_{ij} atau $A_{(ij)}$.

$$\text{Contoh 3: } C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Matriks C mempunyai 2 baris dan 3 kolom, dikatakan ordo matriks C adalah 2×3 dan dituliskan $C_{2 \times 3}$ atau $C_{(2 \times 3)}$. Jika banyaknya baris suatu matriks sama dengan banyaknya kolom (contoh matriks D) maka matriks tersebut disebut matriks bujursangkar. Karena istilah bujursangkar disesuaikan dengan pengertian persegi, maka disebut matriks persegi. Matriks D disebut matriks persegi dengan ordo 3.

➤ Macam-macam Matriks

a. Matriks baris

Suatu matriks yang hanya terdiri dari satu baris.

Contoh: $A = (-1 \ 2 \ 3)$, $B = (2 \ 3 \ -2 \ -1)$

b. Matriks kolom

Suatu matriks yang hanya terdiri dari satu kolom.

Contoh: $A = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix}$

c. Matriks persegi

Suatu matriks yang banyaknya baris dan kolom adalah sama. Suatu matriks persegi dengan banyak i baris dan j kolom disebut pula matriks ordo j .

Contoh: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

d. Matriks identitas

Semua matriks persegi dengan semua elemen diagonal utama adalah 1 dan elemen lainnya 0 (nol). Pada umumnya matriks identitas dilambangkan dengan I , yang terkadang disertai dengan ordonya.

Contoh: $A = I_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = I_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

e. Matriks nol

Suatu matriks yang semua elemennya 0 (nol). Matriks nol sering dilambangkan dengan O .

Contoh: $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

f. Matriks Segitiga Atas

Matriks segitiga atas adalah matriks persegi yang elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol, sebagai contohnya

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & -2 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

g. Matriks Segitiga Bawah

Matriks segitiga bawah adalah matriks persegi yang elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol, contohnya

$C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

➤ Transpose Matriks

Transpose artinya perputaran, yang dilambangkan dengan A^T atau A^T atau A^t , yaitu menukar elemen pada baris menjadi elemen pada kolom atau dengan kata lain elemen-elemen baris dari matriks A akan menjadi elemen-elemen kolom pada matriks A^t .

Secara lebih terperinci apabila a_{ij} elemen matriks A dan jika ditranspose menjadi matriks A^t maka elemen tersebut menjadi a_{ji} .

Contoh:

$$\text{Matriks } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 1 \end{pmatrix} \text{ maka matriks transposenya adalah } A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

➤ Kesamaan Matriks

Definisi dari kesamaan matriks adalah:

Matriks $A = a_{ij}$ berordo $m \times n$ dan matriks $B = b_{ij}$ berordo $p \times q$ dikatakan sama jika dan hanya jika sebagai berikut:

- a. $m = p$ dan $n = q$, yang berarti matriks A dan matriks B berordo sama.
- b. $a_{ij} = b_{ij}$ untuk semua i dan j , yang berarti semua elemen yang seletak sama.

Contoh: matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 \\ \sqrt{8} & 3 & 4 \end{pmatrix}$ sama dengan matriks $B = \begin{pmatrix} \sqrt{4} & 3^2 & 1 \\ 2\sqrt{2} & \sqrt{9} & 2^2 \end{pmatrix}$

Oleh karena itu dasar kesamaan matriks tersebut dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan matriks.

Contoh 1:

Tentukan nilai x dan y jika $\begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 4 & 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$!

Dengan dasar kesamaan matriks didapatkan: $2x = 8$ maka $x = 4$
 $3y = 9$ maka $y = 3$

Contoh 2:

Tentukan nilai x dan y yang memenuhi $\begin{pmatrix} x+2 & -4 \\ 2 & y-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

Dengan dasar kesamaan matriks didapatkan:

$$\begin{aligned} x+2 &= 5 & y-5 &= 6 \\ x &= 5-2 & y &= 6+5 \\ x &= 3 & y &= 11 \end{aligned}$$

Sebelum mengerjakan soal berikut, silahkan kalian simak video ini:

D. TUGAS**I. Isian singkat:**

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 6 & -7 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \\ -1 & -3 & 8 & -3 \\ 4 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

Dengan memperhatikan matriks A di atas, jawablah soal berikut:

1. Ordo matriks A adalah _____
2. Elemen baris ke-2 kolom ke-4 pada matriks A adalah _____
3. Ordo matriks A^T adalah _____
4. Elemen matriks baris ke-2 kolom ke-4 pada matriks A^T adalah _____
5. Matriks A termasuk salah satu contoh jenis matriks _____

II. Lengkapilah kalimat berikut dengan mendrag lalu tempelkan kata tersebut dengan mendrop agar kalimatnya benar

1. Susunan berbentuk persegi panjang dari bilangan-bilangan yang disusun pada baris dan kolom dan diletakkan di dalam dua tanda kurung disebut _____
2. Bilangan yang menyatakan banyaknya baris dan kolom suatu matriks disebut _____
3. Matriks persegi yang elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol disebut matriks _____
4. Suatu matriks yang banyaknya baris dan kolom adalah sama disebut matriks _____
5. Suatu matriks yang hanya terdiri dari satu kolom disebut matriks _____

Matriks

Persegi

Kolom

Segitiga bawah

Ordo

III. Pilihlah jawaban yang paling benar

1. Ordo dari matriks $A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$ adalah ...
 - a. 1^4
 - b. 4^1
 - c. 4
 - d. 1×4
 - e. 4×1
2. Matriks di bawah ini merupakan matriks bujur sangkar kecuali matriks
 - a. Identitas
 - b. Diagonal
 - c. Baris
 - d. Segitiga atas
 - e. Segitiga bawah

3. Elemen yang terletak pada baris ketiga dan kolom kedua pada transpose

matriks $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 8 & -3 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 7 & 6 & -3 \end{bmatrix}$ adalah

- a. -1
b. 5
c. 6
d. 7
e. 8

4. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -5 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, maka nilai $a_{12} + a_{23} - 2a_{13}$ adalah ...

- a. -4
b. -3
c. -1
d. 2
e. 6

5. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2a-1 & -2 \\ 3 & 2-3b \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$.
Jika $A = B^T$, maka nilai $a + 2b$ yang memenuhi adalah ...

- a. 4
b. 3
c. 1
d. -1
e. -3

IV. Silahkan tarik garis dari lajur kanan ke lajur kiri sehingga menjadi jawaban yang benar

1. $\begin{pmatrix} \sqrt{4} & 3^2 & 1 \\ 2\sqrt{2} & \sqrt{9} & 2^2 \end{pmatrix}$

Transpose matriks
 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Matriks segitiga bawah

3. $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

Matriks baris

4. $[3 \quad 2 \quad -1]$

Matriks identitas

5. $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

Matriks ordo 2×3