EKSPONEN DAN LOGARITMA

A. Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan diskusi dengan menggunakan model problem based learning peserta didik dapat :

- menjelaskan definisi eksponen,pangkat bulat negatif dan nol dengan benar
- menjelaskan sifat sifat pangkat bulat positif dengan benar
- menjelaskan pangkat pecahan dengan benar
- mengunakan sifat – sifat eksponen dalam menyelesaikan masalah dengan benar
- menjelaskan definisi bentuk akar dengan benar
- menyimpulkan hubungan bentuk akar dan bilangan berpangkat dengan benar
- menyelesaikan operasi pada bentuk akar dengan benar
- menjelaskan definisi logarima dengan benar
- menjelaskan sifat logaritma dengan benar
- menggunakan sifat logaritma dalam pemecahan masalah yang relevan dengan benar

B. Materi Matematika

- Menenmukan konsep eksponen

Definisi 1.1.

> Misalkan a bilangan real dan n bilangan bulat positif. Notasi a^n menyatakan hasil kali bilangan a sebanyak n faktor, dapat ditulis $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times .... \times a}_{n \ faktor}$
>
> dengan a sebagai basis bilangan dan n sebagai pangkat.

- Pangkat bulat negatif

Definisi 1.2.

> Untuk a bilangan real dan $a \neq 0, m$ bilangan bulat positif, didefinisikan
>
> $a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$

- Pangkat nol

Definisi 1.3.

> Untuk a bilangan real dan $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Sifat – sifat pangkat bulat positif

- Jika a bilangan real, m dan n bilangan bulat positif maka $a^m \times a^n = a^{m+n}$

LIVEWORKSHEETS

- Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n bilangan bulat positif maka $\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$
- Jika a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n bilangan bulat positif , maka $(a^m)^n = a^{mxn}$

- Pangkat pecahan

  Definisi 1.4.

  > Misalkan a bilangan real dan $a \neq 0$, m bilangan bulat positif maka $a^{\frac{1}{m}} = p$ adalah bilangan positif, sehingga $p^m = a$

  Definisi 1.5.

  > Misalkan a bilangan real dan $a \neq 0$, m dan n bilangan bulat positif maka didefinisikan $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$

- Sifat pangkat pecahan
  - Misalkan a bilangan real dan $a > 0$, $\frac{p}{n} dan \frac{m}{n}$ adalah bilangan pecahan $n \neq 0$,maka $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = (a)^{\frac{m+p}{n}}$
  - Misalkan a bilangan real dan $a > 0$, $\frac{m}{n} dan \frac{p}{q}$ adalah bilangan pecahan dengan q, $n \neq 0$,maka $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = (a)^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$

- Bentuk akar

  Definisi 1.6.

  > Misalkan a bilangan real dan $a > 0$, $\frac{p}{q}$ adalah bilangan pecahan dengan $q \neq 0, q \geq 2, a^{\frac{p}{q}} = c, sehingga\ c = \sqrt[q]{a^p}$ atau $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$

- Hubungan bentuk akar dengan pangkat pecahan
- Operasi pada bentuk akar
  - Operasi penjumlahan dan pengurangan pada bentuk akar
  - Operasi perkalian dan pembagian bentuk akar
  - Merasionalkan penyebut bentuk akar
    - Merasionalkan bentuk $\frac{p}{\sqrt{q}}$
    - Merasionalkan bentuk $\frac{r}{p+\sqrt{q}}, \frac{r}{p-\sqrt{q}}, \frac{r}{\sqrt{p}+\sqrt{q}}$ dan $\frac{r}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$

LIVEWORKSHEETS

➢ Merasionalkan bentuk $\sqrt{(p+q)\pm 2\sqrt{pq}}$

- Menemukan konsep logaritma
  Definisi 1.7.

Misalkan
$a,b \in R, a>0, a\neq 1, b>0, dan\ c\ rasional$ maka ${}^{a}\log b = c$ jika dan hanya jika $a^{c}=b$
dimana :
a disebut basis $(0<a<1 \text{ dan } a>1)$
b disebut numerus($b>0$)
c disebut hasil logaritma

- Sifat - sifat logaritma
  - Sifat-sifat dasar logaritma
    Misalkan a dan n bilangan real, $a\neq 1, a>0$, maka :
    1. ${}^{a}\log a = 1$
    2. ${}^{a}\log 1 = 0$
    3. ${}^{a}\log a^{n} = n$
  - Sifat 7
    Untuk a,b dan c bilangan real positif, $a\neq 1$, dan $b>0$, berlaku
    ${}^{a}\log(b\times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$
  - Sifat 8
    Untuk a,b dan c bilangan real positif dengan $a>0, a\neq 1$, dan $b>0$, berlaku
    ${}^{a}\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^{a}\log b - {}^{a}\log c$
  - Sifat 9
    Untuk a,b dan n bilangan asli, $a>0,\ b>0, a\neq 1$, berlaku
    ${}^{a}\log b^{n} = n\ {}^{a}\log b$
  - Sifat 10
    Untuk a,b dan c bilangan real positif, $a\neq 1$, dan $b\neq 1$, dan $c\neq 1$, berlaku
    ${}^{a}\log b = \frac{{}^{c}\log b}{{}^{c}\log a} = \frac{1}{{}^{b}\log a}$
  - Sifat 11
    Untuk a,b dan c bilangan real positif, $a\neq 1$, dan $b\neq 1$, berlaku
    ${}^{a}\log b \times {}^{b}\log c = {}^{a}\log c$
  - Sifat 12
    Untuk a,b dan c bilangan real positif, $a\neq 1$, berlaku
    ${}^{a^{n}}\log b^{m} = \frac{n}{m}\left({}^{a}\log b\right)$ dengan m,n bilangan rasional dan $m\neq 0$
  - Sifat 13

LIVEWORKSHEETS

Untuk a dan b bilangan real positif, $a \neq 1$, berlaku

$a^{{}^a\log b} = b$

LIVEWORKSHEETS

PILIHLAH JAWABAN YANG PALING TEPAT.

1. Bentuk sederhana dari $3a^5 \times a^3$ adalah . . . .

A. $3a^8$ C. $3a^3$ E. a^{15}

B. $3a^{15}$ D. $3a^2$

2. Bentuk sederhana dari $(xy^2)^3 : (x^{-3}y^{-1})$ adalah ….

A. $x^7 y^6$ C. $x^6 y^7$ E. $x^{-6} y^7$

B. $x^{-6} y^{-7}$ D. $x^6 y^{-7}$

3. $8 + (-2)^3 + 2(-5)^2 = \ldots.$

A. -50 C. 66 E. 38

B. 50 D. -66

4. Nilai dari $\left(\frac{16}{15}\right)^7 \times \left(\frac{81}{80}\right)^3 : \left(\frac{24}{25}\right)^5$ adalah . . . .

A. 8 C. 4 E. 1

B. 6 D. 2

5. Dari bilangan-bilangan di bawah ini yang termasuk bilangan bentuk akar adalah ….

A. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \sqrt{18}$ D. $\sqrt{5}, \sqrt{25}, \sqrt[3]{125}$

B. $\sqrt{4}, \sqrt[4]{14}, \sqrt[5]{64}$ E. $\sqrt{3}, \sqrt[3]{9}, \sqrt{18}$

C. $\sqrt{6}, \sqrt{18}, \sqrt{36}$

6. Bentuk sederhana dari $\sqrt[6]{\sqrt{p^2}}$ adalah . . . .

A. $p^{\frac{2}{3}}$ C. $p^{\frac{1}{6}}$ E. $p^{\frac{1}{12}}$

B. $p^{\frac{1}{3}}$ D. $p^{\frac{1}{8}}$

7. $\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[5]{a} = \ldots.$

A. $\sqrt[15]{a^6}$ C. $\sqrt[15]{a^3}$ E. $\sqrt[15]{a^{11}}$

B. $\sqrt[15]{a^7}$ D. $\sqrt[15]{a^4}$

8. $-2\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{125} = \ldots.$

A. $-3\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ E. $-6\sqrt{5}$

B. $-2\sqrt{5}$ D. $6\sqrt{5}$

LIVEWORKSHEETS

9. Sebuah persegi panjang memiliki panjang 6 cm dan lebar 3 cm, panjang diagonalnya adalah ....

A. $2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{7}$ E. $3\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{13}$ D. $2\sqrt{11}$

10. Jika penyebut bilangan $\frac{6}{\sqrt{12}}$ dirasionalkan, bentuknya menjadi ....

A. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ E. $2\sqrt{6}$

B. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

LIVEWORKSHEETS