

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Satuan Pendidikan : SMA
 Mata Pelajaran : Matematika Peminata
 Kelas / Semester : XII/I
 Materi Pokok : Limit Fungsi Trigonometri

Nama :
 Kelas :
 No :

Kompetensi Dasar

- 3.1 Menentukan dan menjelaskan limit fungsi trigonometri
 4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.1.1 Menjelaskan limit fungsi trigonometri
 3.1.2 Menunjukkan rumus limit fungsi trigonometri
 4.1.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Tujuan Pembelajaran

- Dengan menggunakan pendekatan saintifik dan model pembelajaran *discovery learning* berbantuan LKPD, diharapkan peserta didik dapat menjelaskan limit fungsi trigonometri dan menentukan nilai limit fungsi trigonometri
- Dengan berbantuan LKPD peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri
- Peserta didik diharapkan disiplin, tanggung jawab, dan mampu berelaborasi dalam menyelesaikan suatu masalah berkaitan dengan limit fungsi trigonometri.

Sifat-Sifat Limit Fungsi

- $\lim_{x \rightarrow c} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow c} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow c} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right)^n$
- $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$

Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

1. Sudut Berelasi

$\cos(90^\circ - x) = \sin x$	$\cos(180^\circ - x) = -\cos x$
$\sin(90^\circ - x) = \cos x$	$\sin(180^\circ - x) = \sin x$
$\tan(90^\circ - x) = \cot x$	$\cot(180^\circ - x) = -\tan x$

2. Identitas Trigonometri

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

3. Rumus Sudut Rangkap/Ganda

- $\sin 2A = 2 \sin A \cdot \cos A$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
- $= 1 - 2 \sin^2 A$

4. Rumus Jumlah/Selisih Cosinus

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2}$$

Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$



KEGIATAN 1

Menentukan nilai limit bentuk tentu (Substitusi langsung)

Penerapan metode substitusi langsung dalam menentukan atau menyelesaikan limit fungsi trigonometri sangat mudah, yakni dengan langsung mengganti x dengan angka yang tertera di soal.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

Jodohkan nilai limit fungsi trigonometri yang bersesuaian

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin 4x = \dots$
 - -1
2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 3x + \cos x}{\tan x} = \dots$
 - 1
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \tan 2x}{\sin(x - \frac{\pi}{2})} = \dots$
 - 0
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} (\tan x + 3) = \dots$
 - $\sqrt{2}$
 - 2
 - -2
 - $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

KEGIATAN 2

Menentukan nilai limit bentuk tak tentu (bentuk $\frac{0}{0}$)

Untuk menyelesaikan suatu masalah terkait limit fungsi trigonometri, hal pertama yang kalian lakukan adalah dengan mensubstitusi nilai x ke fungsi trigonometri. Namun ketika **hasil substitusi adalah bentuk tak tentu** yaitu $\frac{0}{0}$ maka kalian harus **manipulasi** bentuk dengan **rumus-rumus trigonometri**, menggunakan **sifat-sifat limit fungsi**, dan menggunakan **rumus-rumus dasar limit fungsi trigonometri**.

1. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \tan 2x}{5x}$!

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \tan 2x}{5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots}{5x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots}{5x} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Sifat limit yang digunakan adalah

2. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \tan 2x}{5x^2}$!

Penyelesaian:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \tan 2x}{5x^2} = \frac{1}{5} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots}{\dots} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Sifat limit yang digunakan adalah

3. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$!

Penyelesaian:

Gunakan rumus-rumus trigonometri untuk mengubah bentuk $\cos A - \cos B$ dan bentuk $1 - \cos 2A$,

maka penyelesaian $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x}$ menjadi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \dots \sin \dots}{2 \sin^2 \dots}$$

Kemudian gunakan sifat-sifat limit fungsi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{1 - \cos 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \dots \sin \dots}{2 \sin^2 \dots} = - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \dots}{\sin \dots} = - \frac{\dots}{\dots}$$

Kesimpulan Pembelajaran :

Kesimpulan yang dapat saya peroleh dari kegiatan 1 dan 2 adalah