LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Satuan Pendidikan : SMA
Mata Pelajaran : Matematika Peminata
Kelas / Semester : XII/I
Materi Pokok : Limit Fungsi Trigonometri

Nama :
Kelas :
No :

Kompetensi Dasar

3.1 Menentukan dan menjelaskan limit fungsi trigonometri
4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.1.1 Menjelaskan limit fungsi trigonometri
3.1.2 Menunjukan rumus limit fungsi trigonometri
4.1.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Tujuan Pembelajaran

1. **Dengan menggunakan pendekatan saintifik dan model pembelajaran *discovery learning* berbantuan LKPD, diharapkan peserta didik dapat menjelaskan limit fungsi trigonometri dan menentukan nilai limit fungsi trigonometri**
2. **Dengan berbantuan LKPD peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri**
3. **Peserta didik diharapkan disiplin, tanggung jawab, dan mampu berelaborasi dalam menyelesaikan suatu masalah berkaitan dengan limit fungsi trigonometri.**

Sifat-Sifat Limit Fungsi

1. $\lim_{x\to c} k.f(x) = k.\lim_{x\to c} f(x)$
2. $\lim_{x\to c}\left(f(x)\pm g(x)\right) = \lim_{x\to c} f(x) \pm \lim_{x\to c} g(x)$
3. $\lim_{x\to c}\left(f(x).g(x)\right) = \lim_{x\to c} f(x).\lim_{x\to c} g(x)$
4. $\lim_{x\to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$
5. $\lim_{x\to c}\left(f(x)\right)^n = \left(\lim_{x\to c} f(x)\right)^n$
6. $\lim_{x\to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$

Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

1. **Sudut Berelasi**

$\cos(90-x) = \sin x$	$\cos(180-x) = -\cos x$
$\sin(90-x) = \cos x$	$\sin(180-x) = \sin x$
$\tan(90-x) = \cot x$	$\cot(180-x) = -\tan$

2. **Identitas Trigonometri**
   $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
3. **Rumus Sudut Rangkap/Ganda**
   - $\sin 2A = 2\sin A.\cos A$
   - $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
   - $= 1 - 2\sin^2 A$
4. **Rumus Jumlah/Selisih Cosinus**
   $\cos A - \cos B = -2\sin\dfrac{(A+B)}{2}\sin\dfrac{(A-B)}{2}$

Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

1. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{bx} = \dfrac{a}{b}$
2. $\lim_{x\to 0}\dfrac{ax}{\sin bx} = \dfrac{a}{b}$
3. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\tan ax}{bx} = \dfrac{a}{b}$
4. $\lim_{x\to 0}\dfrac{ax}{\tan bx} = \dfrac{a}{b}$
5. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\tan ax}{\tan bx} = \dfrac{a}{b}$
6. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{bx} = \dfrac{a}{b}$
7. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\tan ax}{\sin bx} = \dfrac{a}{b}$
8. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{\tan bx} = \dfrac{a}{b}$

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN 1

Menentukan nilai limit bentuk tentu (Substitusi langsung)

Penerapan metode substitusi langsung dalam menentukan atau menyelesaikan limit fungsi trigonometri sangat mudah, yakni dengan langsung mengganti x dengan angka yang tertera di soal.

$$\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$$

Jodohkan nilai limit fungsi trigonometri yang bersesuaian

1. $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \sin 4x = \cdots$
2. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 3x + \cos x}{\tan x} = \ldots$
3. $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x + \tan 2x}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = \ldots$
4. $\lim_{x \to \frac{3\pi}{4}} (\tan x + 3) = \ldots$

- -1
- 1
- 0
- $\sqrt{2}$
- 2
- -2
- $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

KEGIATAN 2

Menentukan nilai limit bentuk tak tentu $\left(\text{bentuk } \frac{0}{0}\right)$

Untuk menyelesaikan suatu masalah terkait limit fungsi trigonometri, hal pertama yang kalian lakukan adalah dengan mensubstitusi nilai x ke fungsi tirgonometri. Namun ketika **hasil substitusi adalah bentuk tak tentu** yaitu $\frac{0}{0}$ maka kalian harus **memanipulasi** bentuk dengan **rumus-rumus trigonometri,** menggunakan **sifat-sifat limit fungsi,** dan menggunakan **rumus-rumus dasar limit fungsi trigonometri.**

1. Tentukan nilai $\lim_{x \to 0} \frac{sin\ 3x + tan\ 2x}{5x}$!

   Penyelesaian :

   $$\lim_{x \to 0} \frac{sin\ 3x\ +\ tan\ 2x}{5x} = \lim_{x \to 0} \frac{\ldots.}{5x} + \lim_{x \to 0} \frac{\ldots.}{5x} = \frac{\ldots.}{\ldots.} + \frac{\ldots.}{\ldots.} = \frac{\ldots.}{\ldots.}$$

   Sifat limit yang digunakan adalah …….

2. **Tentukan nilai** $\lim_{x \to 0} \frac{sin\ 3x\ tan\ 2x}{5x^2}$ **!**

   Penyelesiaan:

   $$\lim_{x \to 0} \frac{sin\ 3x\ tan\ 2x}{5x^2} = \frac{1}{5} \times \lim_{x \to 0} \frac{\ldots}{\ldots} \times \lim_{x \to 0} \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots.}{\ldots.}$$

   Sifat limit yang digunakan adalah …….

LIVEWORKSHEETS

3. **Tentukan nilai** $\lim_{x\to 0} \frac{cos\ 5x - cos\ 3x}{1 - cos4x}$!

Penyelesiaan:

Gunakan rumus-rumus trigonometri untuk mengubah bentuk **cos A – cos B** dan bentuk **1 – cos 2A,** maka penyelesaian $\lim_{x\to 0} \frac{cos\ 5x - cos\ 3x}{1 - cos4x}$ menjadi

$$\lim_{x\to 0} \frac{\boldsymbol{cos\ 5x - cos\ 3x}}{\boldsymbol{1 - cos4x}} = \lim_{x\to 0} \frac{-2\sin\ \ldots.\ \sin \ldots..}{2\ \sin^2 \ldots..}$$

Kemudian gunakan sifat-sifat limit fungsi

$$\lim_{x\to 0} \frac{\boldsymbol{cos\ 5x - cos\ 3x}}{\boldsymbol{1 - cos4x}} = \lim_{x\to 0} \frac{-2\sin\ \ldots.\ \sin \ldots..}{2\ \sin^2 \ldots..} = -\lim_{x\to 0} \frac{\sin \ldots}{\sin \ldots} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\sin \ldots}{\sin \ldots} = -\frac{\ldots.}{\ldots.}$$

Kesimpulan Pembelajaran :
Kesimpulan yang dapat saya peroleh dari kegiatan 1 dan 2 adalah

LIVEWORKSHEETS