



Nome completo do(a) aluno(a): _____

Data de Nascimento do(a) aluno(a): ____/____/____ CPF do(a) aluno(a): _____ Telefone com DDD do(a) aluno(a): (____) _____

E-mail do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.



- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue ou envie a prova para o professor.

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



http://www.instagram.com/obmep_oficial/

APOIO



Instituto de Matemática Pura e Aplicada

REALIZAÇÃO

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO



- Paulo numerou todas as casas do tabuleiro quadrado abaixo, da esquerda para a direita e de cima para baixo, começando com o número 1. A casa central recebeu o número 5. Se ele fizer o mesmo com outro tabuleiro quadrado de 49 casas, qual número será escrito em sua casa central?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- A) 31
B) 29
C) 27
D) 25
E) 23

- Qual é a soma dos algarismos do número

$$10^{1500} + 10^{1792} + 10^{1822} + 10^{1888} + 10^{1889} ?$$

- A) 1890
B) 1889
C) 10
D) 5
E) 1

- As duas peças de madeira a seguir são iguais.



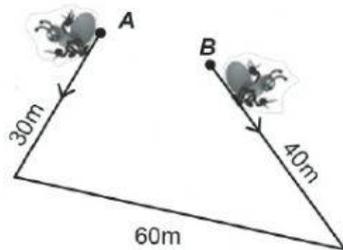
Podem-se juntar essas duas peças para formar uma peça maior, como mostra o exemplo seguinte.



Qual das figuras abaixo representa uma peça que **não** pode ser formada com as duas peças dadas?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

4. Duas formigas percorrem o trajeto da figura, partindo, ao mesmo tempo, uma do ponto A e outra do ponto B . Elas andam com a mesma velocidade e no sentido indicado pelas flechas. Qual será a distância entre elas no momento em que ficarem uma de frente para a outra?

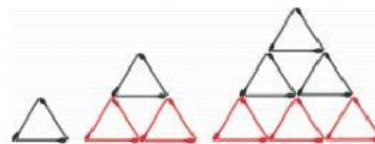


- A) 70 m
B) 65 m
C) 60 m
D) 55 m
E) 50 m
5. Charles poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele tiver trabalhado for 100. Quando Charles fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?
- A) 70
B) 65
C) 63
D) 60
E) 59
6. Rui inventou uma operação matemática com números inteiros, na qual ele usa o sinal $*$. Ela funciona assim:
- $$a * b = (a + 1) \times (b - 1)$$
- Por exemplo, $3 * 5 = (3 + 1) \times (5 - 1) = 16$. Se a e b são inteiros positivos tais que $a * b = 24$ e $b * a = 30$, quanto vale $a + b$?
- A) 18
B) 16
C) 15
D) 12
E) 11
7. Um grupo de amigos acabou de comer uma *pizza*. Se cada um der R\$ 8,00, faltarão R\$ 2,50 para pagar a *pizza*, e, se cada um der R\$ 9,00, sobrarão R\$ 3,50. Qual é o preço da *pizza*?
- A) R\$ 54,50
B) R\$ 50,50
C) R\$ 50,00
D) R\$ 48,50
E) R\$ 45,50

8. Eva atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ela obteve PAPAI = 12, GALO = 5 e PAPAGAIO = 24. Qual o valor que ela atribuiu à letra L?

- A) $\frac{5}{2}$
B) 2
C) $\frac{10}{3}$
D) $\frac{5}{8}$
E) $\frac{1}{4}$

9. Renato montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?

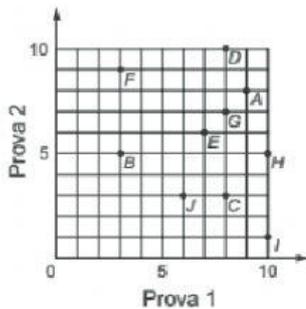


- A) 10
B) 9
C) 8
D) 7
E) 6
10. Uma piscina com fundo e paredes retangulares está totalmente revestida com azulejos quadrados iguais, todos inteiros. O fundo da piscina tem 231 azulejos e as quatro paredes têm um total de 1024 azulejos. Qual é, em número de azulejos, a profundidade da piscina?
- A) 21
B) 20
C) 18
D) 16
E) 15
11. No primeiro estágio de um jogo, Paulo escreve o número 3 em um triângulo e o número 2 em um quadrado. Em cada estágio seguinte, Paulo escreve no triângulo a soma dos números do estágio anterior e no quadrado a diferença entre o maior e o menor desses números. Qual é o número escrito no triângulo no 56.º estágio?

- A) 5×2^{27}
B) 3×2^{28}
C) 5×2^{56}
D) 3×2^{25}
E) 5×2^{26}



12. O professor Marcos aplicou duas provas a seus dez alunos e divulgou a nota por meio do gráfico mostrado abaixo. Nas provas 1 e 2, o aluno *A* obteve notas 9 e 8, respectivamente, enquanto o aluno *B* obteve notas 3 e 5. Para um aluno ser aprovado, a média aritmética de suas notas deve ser igual ou superior a 6. Quantos alunos foram aprovados?

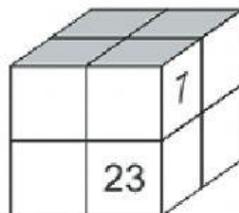


- A) 10
B) 9
C) 8
D) 7
E) 6

13. Todos os números de 1 a 24 devem ser escritos nas faces de um cubo, obedecendo-se às seguintes regras:

- em cada face devem ser escritos quatro números consecutivos;
- em cada par de faces opostas, a soma do maior número de uma com o menor número da outra deve ser igual a 25.

Se os números 7 e 23 estiverem escritos no cubo como na figura, qual o menor número que poderá ser escrito na face destacada em cinza?



- A) 9
B) 17
C) 11
D) 5
E) 1

14. Anita, Beto, Celina e Diogo repararam que Diogo é mais alto que Celina e que a diferença entre as alturas de Celina e Anita é igual à diferença entre as alturas de Anita e Diogo. Observaram, também, que a soma das alturas dos dois rapazes é igual à soma das alturas das duas garotas. Qual das alternativas a seguir é verdadeira?

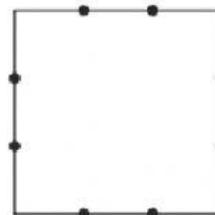
- A) Celina é mais alta que Anita.
B) A diferença das alturas de Diogo e Celina é igual à diferença das alturas de Anita e Beto.
C) A diferença das alturas dos meninos é igual à diferença das alturas das meninas.
D) Celina é a mais baixa do grupo.
E) Anita é a mais alta de todos.

15. Mariano está a meio quilômetro da praia quando começa a entrar água em seu barco, a 40 litros por minuto. O barco pode suportar, no máximo, 150 litros de água sem afundar. A velocidade do barco é 4 quilômetros por hora. Quantos litros de água por minuto, no mínimo, Mariano deve tirar do barco para chegar à praia?



- A) 32
B) 30
C) 28
D) 24
E) 20

16. Os oito pontos na figura dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Quantos triângulos retângulos podem ser traçados com os três vértices nesses pontos?

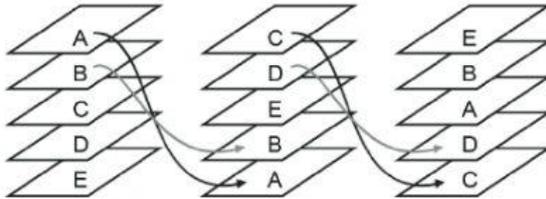


- A) 32
B) 24
C) 16
D) 12
E) 8



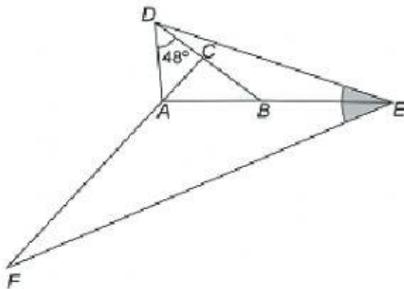
17. Estela tem cinco cartas marcadas com as letras A, B, C, D e E, empilhadas nessa ordem, de cima para baixo. Ela embaralha as cartas pegando as duas de cima e as colocando, com a ordem trocada, embaixo da pilha. A figura mostra o que acontece nas duas primeiras vezes em que ela embaralha as cartas. Se Estela embaralhar as cartas 74 vezes, qual carta estará no topo da pilha?

posição inicial



- A) A
B) B
C) C
D) D
E) E

18. Na figura, o ângulo \widehat{ADC} mede 48° e os triângulos ACD , DBE e EAF são isósceles de bases AD , DE e EF , respectivamente. Quanto mede o ângulo \widehat{DEF} ?



- A) 58°
B) 48°
C) 45°
D) 42°
E) 36°

19. Para ir com Marisa ao cinema, José pode escolher dois caminhos. No primeiro, ele passa na casa de Marisa e os dois vão juntos até o cinema; nesse caso, ele anda sozinho $\frac{2}{3}$ do caminho. No segundo caminho, ele vai sozinho e encontra Marisa na frente do cinema; nesse caso, ele anda 1 km a menos que no primeiro caminho, mas o dobro do que Marisa terá que caminhar. Qual é a distância entre a casa de Marisa e o cinema?

- A) 6 km
B) 4 km
C) 3 km
D) 2 km
E) 1 km

20. Quantos números menores que 10000 são tais que o produto dos seus algarismos seja 100? Por exemplo, 455 é um desses números, porque $4 \times 5 \times 5 = 100$.

- A) mais de 30
B) 28
C) 25
D) 21
E) menos de 10

