LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK 1

LKPD 1

Materi: Turunan Fungsi menggunakan konsep Limit fungsi

Tujuan pembelajaran pada lembar kegiatan peserta didik ini, diharapkan setelah mengisi, mendiskusikan, dan menjawab semua problem yang ada, peserta didik dapat:

1. Dengan mengamati gambar ilustrasi yang diberikan Peserta didik dapat berdiskusi dan berpikir kreatif untuk menentukan turunan fungsi $f(x)$ menggunakan konsep limit fungsi dengan tepat.
2. Peserta didik memahami konsep turunan fungsi menggunakan konsep limit dengan berdiskusi untuk menentukan hasil turunan fungsi bentuk penjumlahan $f(x) = c$ dengan tepat
3. Peserta didik memahami konsep turunan fungsi menggunakan konsep limit dengan berdiskusi untuk menentukan hasil turunan fungsi $f(x) = b(x)$ dengan tepat
4. Peserta didik memahami konsep turunan fungsi sebagai limit dengan berdiskusi untuk menentukan hasil turunan fungsi $f(x) = x^n$ dengan tepat
5. Dengan menggunakan konsep turunan fungsi sebagai limit dan berdiskusi dalam kelompok, peserta didik dapat menyelesaikan permasalahan matematika jika diberikan fungsi berbentuk akar

Petunjuk:
1. Kerjakan LKPD ini secara berkelompok
2. masing-masing kelompok akan diundi untuk menentukan problem yang akan diselesaikan
3. diskusi diarahkan oleh guru melalui PPT, dimana masing-masing problem ± 5 menit
4. salah satu kelompok diminta presentasi terkait hasil diskusi dengan durasi ± 5 menit dan kelompok lain bisa menanggapi.
5. secara bersama-sama (guru dan peserta didik) menyimpulkan hasil diskusi

Kelompok ....

Nama:
1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....

Problem A

Perhatikan gambar berikut!

$t_1 = t$ ← **Rentang waktu h** → $t_2 = t + h$

$s_1 = f(t)$ | $s_2 = f(t + h)$

Mobil bergerak pada waktu t_1 | **Posisi mobil saat t_2**

Pada gambar di atas terlihat sebuah kendaraan melaju dengan menempuh jarak dan menghabiskan waktu tertentu.

Pernahkah kalian mengamati spedometer kendaraan yang kalian kendarai?????

Ya → Apakah kecepatan yang kalian gunakan konstan atau tetap???

Tidak → Setelah kegiatan ini, jika kalian berkendar, silahkan diamati, Tetap perhatikan keselamatan selama berkendara yaaa → Apakah kecepatan yang kalian gunakan konstan atau tetap???

Jika kalian sudah menjawab dan tentunya kalian bisa menyimpulkan bahwa:

....

....

....

Nah, sekarang coba kita buat masalah pada gambar ke dalam bentuk kalimat matematika!

Masih ingat rumus pada mapel fisika terkait kecepatan?

$$v = \frac{....}{....}$$

Dimana : v = kecepatan

.... = jarak

.... = waktu

Alhamdulillah jika kalian masih mengingat rumus di atas.

Pada gambar sebelumnya terkait dengan perjalanan menggunakan mobil, Dalam konsep fisika, kecepatan rata-rata adalah hasil bagi antara perubahan jarak dengan perubahan waktu. Selain itu, panjang jarak yang ditempuh bergantung dengan waktu yang diperlukan selama bergerak. Sehingga jika jarak (s) dan waktu (t), maka dapat dirumuskan $s = f(t)$ dibaca jarak dinyatakan sebagai fungsi waktu.

pada saat mobil bergerak pada waktu $t_1 = t$ detik maka persamaan jaraknya adalah $s_1 = f(t)$. Dan pada saat mobil bergerak pada selang waktu h detik atau $t_2 = t + h$ detik maka persamaan jaraknya adalah $s_2 = f(t + h)$. Sehingga untuk mencari kecepatan rata-rata ($\overline{v}$) pada saat $t_1 = t$ detik sampai $t_2 = t + h$ detik adalah:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{... \quad - \quad ...}{... \quad - \quad ...} = \frac{...}{h}$$

Jika nilai h sangat kecil bahkan mendekati nol, maka kondisi ini dinamakan dengan kecepatan sesaat. Sehingga kecepatan sesaat atau Laju perubahan jarak terhadap waktu dimana nilai h mendekati nol dapat dinyatakan:

$$\bar{v} = \lim_{h \to 0} \frac{f(t + h) - f(t)}{h}$$

Jadi, inilah notasi limit yang akan kita gunakan untuk menentukan ....

Problem B

Dari **Problem A**, kita sudah mendapatkan notasi limit yang diperlukan untuk menentukan .... suatu fungsi. Jika kita mempunyai $f(x) = c$, dimana c adalah **konstanta**, maka berapapun nilai x yang kita berikan nilai dari $f(x) = ...$.

Sehingga jika kita substitusikan $f(x) = c$
ke bentuk limit pada **Problem A,** maka diperoleh:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\dots - \dots}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \dots = \dots$$

Jadi, turunan dari fungsi $f(x) = c$,
dimana c merupakan ....adalah $f'(x) =$ ...

Perhatikan contoh berikut, sebelum mengisi bagian yang kosong.

$f(x) = c$

- untuk $x = 1$, maka

$f(1) = c$

- untuk $x = 2$, maka

$f(2) = c$

- untuk $x = x + h$, maka

$f(\dots + \dots) = \dots$

mari kita coba menyelesaikan soal berikut:

Jika $f(x) = 6$ maka $f'(x) = ...$

Penyelesaian:

Problem C

Jika kita mempunyai $f(x) = bx$, dimana b adalah **..............** dari $\boldsymbol{x}$. Untuk menentukan turunan dari $f(x)$, maka kita substitusikan $f(x) = bx$,

ke bentuk limit pada **Problem A,** maka diperoleh:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{b(\ldots+\ldots)-b\ldots}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{b\ldots+\ldots h-b\ldots}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{\ldots}{\ldots} = \lim_{h\to 0}\ldots = \ldots$$

Perhatikan kembali contoh berikut, sebelum mengisi bagian yang kosong.

f*(*x*) = *bx

- **untuk $x = 1$, maka**

$f(1) = b(1) = b$

- **untuk $x = 2$, maka**

$f(2) = b(2) = 2b$

- **untuk $x = (x + h)$, maka**

$f(x + h) = \ldots(\ldots + \ldots)$

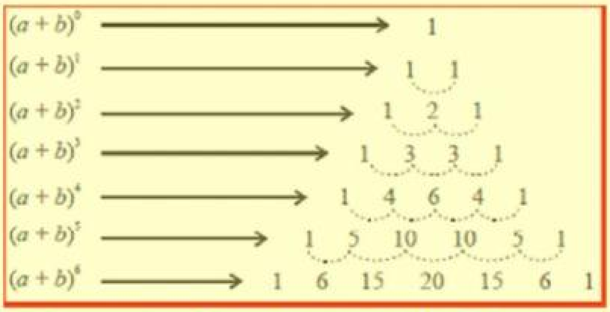
Jadi, turunan dari fungsi $f(x) = bx$, dimana b merupakan .... dari $\boldsymbol{x}$ adalah $f'(x) = \ldots$

mari kita coba menyelesaikan soal berikut:

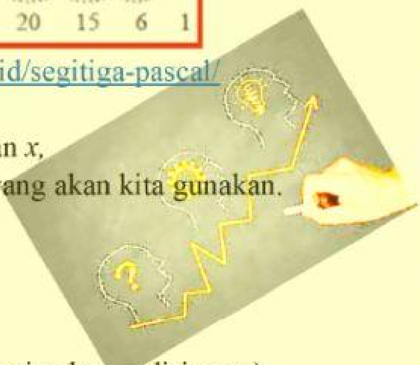
Jika $f(x) = 12x$ maka $f'(x) = \ldots.$

Penyelesaian:

Sebelum masuk ke problem berikutnya, mari kita mengingat bentuk penjabaran dari suatu bentuk aljabar menggunakan segitiga pascal.



Sumber gambar: https://rumus.co.id/segitiga-pascal/



Dari gambar di atas, kita akan mengganti a dengan x,
b dengan h agar sesuai dengan notasi pada limit yang akan kita gunakan.
$(x+h)^0 = 1$
$(x+h)^1 = x + h$
$(x+h)^2 = x^2 + 2xh + h^2$
$(x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$
Dan seterusnya... (jika mau melanjutkan boleh,,,tapi coba sendiri yaaa)

Bagaimana jika $(x+h)^n$
$(x+h)^n = x^{\cdots} + \ldots x^{\cdots - \cdots} h + \ldots + x \ldots h^{\cdots - \cdots} + \ldots^n$

Nah, jika kalian berhasil mengisi titik di ↑ maka kita bisa dengan mudah menyelesaikan problem berikutnya.

BONUS PROBLEM

Jika kita mempunyai $f(x) = x^n$, dimana n adalah **bilangan bulat positif.** Untuk menentukan turunan dari $f(x)$, maka kita substitusikan $f(x) = x^n$,

ke bentuk limit pada **Problem A,** maka diperoleh:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{(\ldots + \ldots)^n - x^n}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{(x^n + nx^{n-1}h + \ldots + x \ldots h^{\cdots -1} + h^{\cdots}) - x^n}{h}$$

Sebelum lanjut perhatikan dengan baik bagian pembilang, jika tanda kurung dibuka, maka:

$x^n + nx^{n-1}h + ... + x\,nh^{n-1} + h^n - x^n$

dari bentuk di atas maka kita akan memperoleh:

$nx^{n-1}h + ... + x\,nh^{n-1} + h^n = h\,(nx^{n-1} + ... + x\,nh^{n-\cdots} + h^{n-\cdots})$

sekarang kita lanjutkan ke limit dengan mensubstitusikan bentuk yang diwarnai biru.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{h\,(nx^{n-1} + \; ... + x \,...\, h^{\cdots - \cdots} + h^{n-1})}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \;(nx^{n-1} + \; ... + x \,...\, h^{\cdots - \cdots} + h^{n-1})$$

$$f'(x) = nx^{n-1} + \; ... + x \,...\, 0^{\cdots - \cdots} + 0^{n-1}$$

$$f'(x) = \; ...$$

Jadi, turunan dari fungsi $f(x) = x^n$, dimana n merupakan bilangan bulat positif adalah $f'(x) = \; ...$

SOAL-SOAL LATIHAN (silahkan dikerjakan dengan berdiskusi dalam kelompok masing-masing)

mari kita mencoba menyelesaikan soal-soal berikut menggunakan konsep limit

1. Jika diketahui $f(x) = 12$ maka tentukan $f'(x)$?

2. Jika diketahui $f(x) = 15x$ maka tentukan $f'(x)$?

3. Jika diketahui $f(x) = 3x^2$ maka tentukan $f'(x)$?

4. Tentukan laju perubahan sesaat terhadap x dan laju perubahan sesaat pada $x = 3$ untuk fungsi $f(x) = \sqrt{x}$. (ingat bentuk limit yang memuat tanda akar, silahkan kalikan dengan sekawannya)

Penyelesaian: