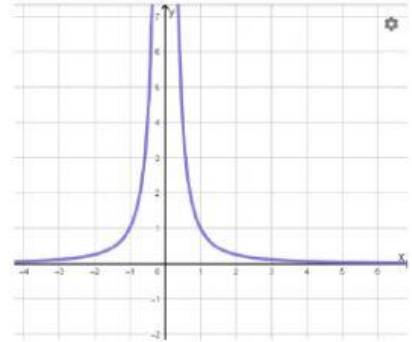


FICHA TEÓRICO-PRÁCTICA

LÍMITES

6° DERECHO Y ECONOMÍA -MATEMÁTICA I



Dada la función $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{1}{x^2}$ cuyo gráfico se adjunta:

Hagamos una tabla de valores y evaluemos su comportamiento.

¿Qué está pasando con las imágenes de la función cuando x toma valores muy próximos a cero?

x	-0,1	-0,01	-0,001	0,001	0,01	0,1
$f(x)$						

¿Qué podemos deducir?

¿Qué ocurre con las imágenes de la función cuando nos aproximamos al cero por izquierda, y por derecha?

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} =$$

Arrastra el resultado correcto

1 $+\infty$ $-\infty$ 0 $\pm\infty$

¡¡Observemos que cuando x toma valores próximos a cero, la función crece sin cota!!

Por lo que deducimos que: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} =$ $+\infty$ $-\infty$

OBSERVACIÓN IMPORTANTE: ∞ **NO ES UN NÚMERO!!!** Nos da la pauta de lo que ocurre con las imágenes de la función cuando x se aproxima a un valor a .

Para expresar que el límite de una función

- $f(x)$ crece sin cota cuando x tiende a un valor a , escribimos: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$
- $f(x)$ decrece sin cota cuando x tiende a un valor a , escribimos: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$

Estas expresiones **no significan que el límite exista**, recordemos que: para que el límite exista, los límites laterales deben ser iguales!!

Veamos otro caso, estudiemos el siguiente $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x-1}$, completa la tabla

x	0,99	0,999	0,9999	1,0001	1,001	1,01
$f(x)$						

¿Qué podemos concluir a partir de la tabla?

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{x-1} = \begin{matrix} 1 \\ +\infty \end{matrix} \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{x-1} = \begin{matrix} 0 \\ \pm\infty \end{matrix}$$

Por lo tanto, los límites laterales no son iguales, por lo que concluimos que no existe el límite de la función cuando x toma valores muy próximos a 1.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x-1} = \begin{matrix} +\infty & -\infty & 0 & \pm\infty & \nexists \end{matrix}$$

No obstante, verás que podemos darle otra notación.

¿Siempre tenemos que hacer la tabla? **No necesariamente**

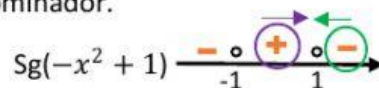
Estudiemos ahora algunos casos diferentes, **te explico con un ejemplo**:

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+1}{-x^2+1}$ Como podemos ver, el numerador tiende a 2, mientras que el denominador tiende a 0.

Nos interesa evaluar los límites laterales para saber si estos son iguales y así determinar si existe o no el límite.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3+1}{-x^2+1}$$

Una forma práctica de hacerlo es estudiando los signos del denominador.



Observemos que, cuando **nos aproximamos al 1 por izquierda** el denominador presenta imágenes positivas, y como el numerador nos devolvió una tendencia positiva, por la regla de signos de la multiplicación tenemos que $++=+$ por lo tanto

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3+1}{-x^2+1} = +\infty$$

Mientras que cuando **nos acercamos al 1 por la derecha** las imágenes que devuelve el denominador son negativas, operando con el signo del numerador tenemos:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3+1}{-x^2+1} = -\infty$$

Lo cual se puede escribir de forma resumida, pero con cuidado de mantener el orden en un solo planteo:

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{x^3+1}{-x^2+1} = \pm\infty$$



Ahora te toca a ti:

Determina los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+2}{x+3} =$

$+\infty$ $-\infty$ $\pm \infty$ $\mp \infty$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x^2-4x} =$

$+\infty$ $-\infty$ $\pm \infty$ $\mp \infty$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3-x-2}{x^3-4x} =$

$+\infty$ $-\infty$ $\pm \infty$ $\mp \infty$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{x^2+5x} =$

$+\infty$ $-\infty$ $\pm \infty$ $\mp \infty$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x(x-1)} =$

$+\infty$ $-\infty$ $\pm \infty$ $\mp \infty$

