SUMA DE POLINOMIOS

Para realizar la suma de dos o más polinomios, se debe sumar los coeficientes de los términos cuya parte literal sean iguales, es decir, las variables y exponentes (o grados) deben ser los mismos en los términos a sumar.

Método 1 para sumar polinomios

Pasos:

1 Ordenar los polinomios del término de mayor grado al de menor.

2 Agrupar los monomios del mismo grado.

3 Sumar los monomios semejantes.

Ejemplo del primer método para sumar polinomios

Sumar los polinomios $P(x) = 2x^3 + 5x - 3$, $Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$.

1 Ordenamos los polinomios, si no lo están.

$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$

$Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

2 Agrupamos los monomios del mismo grado.

$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) + (2x^3 - 3x^2 + 4x)$

$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 2x^3) + (-3x^2) + (5x + 4x) + (-3)$

3 Sumamos los monomios semejantes.

$P(x) + Q(x)$ **$= 4x^3 - 3x^2 + 9x - 3$**

Método 2 para sumar polinomios

También podemos sumar polinomios escribiendo uno debajo del otro, de forma que los monomios semejantes queden en columnas y se puedan sumar.

Ejemplo del segundo método para sumar polinomios

Sumar los polinomios $P(x) = 7x^4 + 4x^2 + 7x + 2$, $Q(x) = 6x^3 + 8x + 3$.

1 Acomodar en columnas a los términos de mayor a menor grado, y sumar.

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & 7x^4 & & +4x^2 & +7x & +2 \\
+ & & 6x^3 & & +8x & +3 \\
\hline
 & 7x^4 & +6x^3 & +4x^2 & +15x & +5
\end{array}
$$

Así,

2$P(x) + Q(x) =$ **$7x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 15x + 5$**

RESTA DE POLINOMIOS

La resta de polinomios consiste en sumar al minuendo el opuesto del sustraendo.

Ejemplo de resta de polinomios

1 Restar los polinomios $P(x) = 2x^3 + 5x - 3$, $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$.

$P(x) - Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x)$

2 Obtenemos el opuesto al sustraendo de $Q(x)$.

$P(x) - Q(x) = 2x^3 + 5x - 3 - 2x^3 + 3x^2 - 4x$

3 Agrupamos.

$P(x) - Q(x) = (2x^3 - 2x^3) + 3x^2 + (5x - 4x) - 3$

4 Resultado de la resta.

$P(x) - Q(x) = \mathbf{3x^2 + x - 3}$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

1. Multiplicación de un número por un polinomio

La multiplicación de un número por un polinomio es, otro polinomio. El polinomio que se obtiene tiene el mismo grado del polinomio inicial. Los coeficientes del polinomio que resulta, son el producto de los coeficientes del polinomio inicial, por el número y dejando las mismas partes literales.

Ejemplos:

a) $3 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^3 - 9x^2 + 12x - 6$

b) $2 \,.\, (3x^3 + 4x^2 + 2x - 1) = 6x^3 + 8x^2 + 4x - 2$

2. Multiplicación de un monomio por un polinomio

En la multiplicación de un monomio por un polinomio se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio. Recordar que primero debemos multiplicar signos, posteriormente multiplicar los monomios correspondientes, para lo cual, se debe multiplicar los coeficientes, y luego, realizar la multiplicación de la parte literal, en donde, al multiplicar variables iguales los exponentes se sumarán.

Ejemplo:

$3x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = (3x^2 \cdot 2x^3) - (3x^2 \cdot 3x^2) + (3x^2 \cdot 4x) - (3x^2 \cdot 2) = 6x^5 - 9x^4 + 12x^3 - 6x^2$

3. Multiplicación de polinomios

Este tipo de operaciones se puede llevar a cabo de dos formas distintas.

Método 1 para multiplicar polinomios

Pasos:

1 Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos del segundo polinomio.

2 Se suman los monomios del mismo grado, obteniendo otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

Ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios $P(x) = 2x^2 - 3$, $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$.

1 Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos del segundo polinomio.

$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x) = 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x$

2 Se suman los monomios del mismo grado.

$P(x) \cdot Q(x) = 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x = 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$

3 Se obtiene otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

Grado del polinomio = Grado de $P(x)$ + Grado de $Q(x)$ = $2 + 3 = \mathbf{5}$ y

$P(x) \cdot Q(x) = \mathbf{4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x}$

Método 2 para multiplicar polinomios

También podemos sumar polinomios escribiendo un polinomio debajo del otro.

En cada fila se multiplica cada uno de los monomios del segundo polinomio por todos los monomios del primer polinomio. Se colocan los monomios semejantes en la misma columna y posteriormente se suman los monomios semejantes.

Ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios $P(x) = 2x^2 - 3$, $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$.

Como la multiplicación de polinomios cumple la propiedad conmutativa, hemos tomado como polinomio multiplicador el polinomio más sencillo.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ \times \qquad\qquad 2x^2 - 3 \\ \hline -6x^3 + 9x^2 - 12x \\ 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \qquad\qquad\qquad \\ \hline 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x \end{array}$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

Abordaremos la explicación con un ejemplo.

Ejemplo:

Resolver la división de los polinomios $P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8$, $Q(x) = x^2 - 2x + 1$.

P(x): Q(x)

1 A la izquierda situamos el dividendo. Si el polinomio no es completo dejamos huecos en los lugares que correspondan.

$$x^5 \qquad\qquad + 2x^3 \qquad\qquad - x - 8 \qquad\qquad \underline{|\; x^2 - 2x + 1}$$

2 A la derecha situamos el divisor dentro de una caja.

3 Dividimos el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor.

$x^5 : x^2 = x^3$

4 Multiplicamos cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y lo restamos del polinomio dividendo:

$$
\begin{array}{lllll|l}
x^5 & & +2x^3 & & -x-8 & x^2-2x+1 \\ \cline{6-6}
\underline{-x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-x^3} & & & x^3 \\
 & 2x^4 & +x^3 & & -x-8 &
\end{array}
$$

5 Volvemos a **dividir** el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor. Y el resultado lo multiplicamos por el divisor y lo restamos al dividendo.

$2x^4 : x^2 = 2\ x^2$

$$
\begin{array}{llllll|l}
x^5 & & +2x^3 & & & -x-8 & x^2-2x+1 \\ \cline{7-7}
\underline{-x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-x^3} & & & & x^3+2x^2 \\
 & 2x^4 & +x^3 & & & -x-8 & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+4x^3} & \underline{-2x^2} & & & \\
 & & 5x^3 & -2\ x^2 & & -x-8 &
\end{array}
$$

6 Procedemos igual que antes.

$x^3 : x^2 = 5\ x$

$$
\begin{array}{llll|l}
x^5 & +2x^3 & & -x-8 & x^2-2x+1 \\ \cline{5-5}
\underline{-x^5+2x^4-x^3} & & & & x^3+2x^2+5x \\
\quad 2x^4+x^3 & & & -x-8 & \\
\underline{-2x^4+4x^3-2x^2} & & & & \\
\qquad 5x^3-2\ x^2-\ x-8 & & & & \\
\underline{-5x^3+10x^2-5x} & & & & \\
\qquad\quad 8x^2-6\ x-8 & & & &
\end{array}
$$

7 Como en los pasos anteriores, dividimos $8x^2$ por x^2, y obtenemos 8.Multiplicamos por 8 cada término del divisor y obtenemos:

$$8x^2 - 16x + 8$$

Procedemos con la resta:

$(8x^2 - 6x - 8) - (8x^2 - 16x + 8) = 8x^2 - 6x - 8x^2 + 16x - 8 = 10x - 16$

$10x - 16$ es el **resto**, porque su **grado es menor que el del divisor** y por tanto no se puede continuar dividiendo.

x^3+2x^2+5x+8 es el **cociente**.