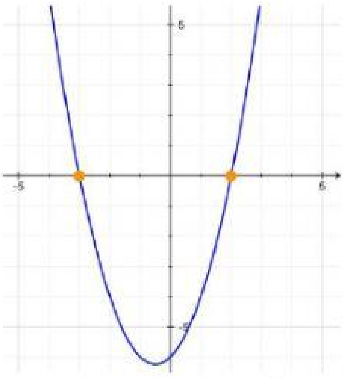
División Sintética

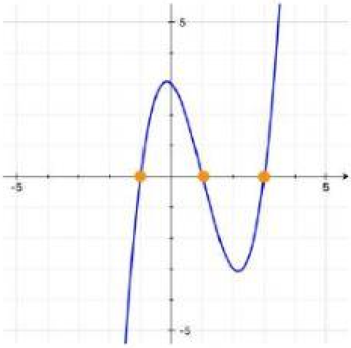
Ceros de la función a partir de su forma analítica.

Los ceros de la función o raíces de la función son todos los valores de x donde la función toma el valor de 0, es decir, los cruces de la función con el eje de las x.
Cuando se tiene la gráfica de la función es fácil determinar los ceros de la función.



Esta es una función cuadrática que cruza dos veces al eje de las x, lo que quiere decir que va a tener dos ceros, los cuales cruzan en:

Ceros de la función
$x_1 = -3$
$x_2 = 2$



Este ejemplo es de una función cúbica la cual cruza tres veces al eje de las x, lo que quiere decir que va a tener tres ceros, los cuales son:

Ceros de la función
$x_1 = -1$
$x_2 = 1$
$x_3 = 3$

Cuando no se tiene la gráfica de la función, pero se tiene la expresión analítica, para obtener los ceros o raíces de la función se iguala a cero lo que equivale la función. Para obtener los valores de x se aplican métodos de factorización, los cuales van a depender del tipo de función que se tenga.

Ejemplo 1:

Función $f(x) = x^2 + 3x - 4$

Equivale a: $x^2 + 3x - 4 = 0$

En esta función al ser una cuadrática se puede resolver factorizando o por fórmula general. Se resolverá por factorización:

$x^2 + 3x - 4 = 0$

Sabemos que el primer término de cada paréntesis va a ser x: $(x\quad)(x\quad) = 0$

Se buscan dos números que multiplicados den -4 y su suma sea 3: $(x + 4)(x - 1) = 0$

$(4)(-1) = -4$
$4 - 1 = 3$

La multiplicación de los binomios debe dar a cero, es decir, para que una multiplicación sea igual a cero, alguno de los dos productos tiene que ser igual a cero.

	$x+4=0$	$x-1=0$
Ceros de la función	$x=-4$	$x=1$

Observa el siguiente enlace: ceros o raíces de la función.

Ejemplo 2:

Determina los ceros o raíces de la función $f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$, a partir de su forma analítica

Al ser una función de grado cuatro (cuártica), se entiende que va a tener cuatro cruces en el eje de las x, por lo que va a tener un máximo de cuatro ceros o raíces de la función.
Un método de factorización para polinomiales de grado tres en adelante, es de la división sintética.
Observa el siguiente enlace: División sintética

Esta función equivale a: $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9 = 0$
Se entiende que es el producto de: $(x\quad)(x\quad)(x\quad)(x\quad) = 0$

Para obtener los ceros se realiza lo siguiente:

Primero se multiplica el coeficiente del término que tiene el mayor exponente por el término independiente:

se multiplican para encontrar 1x9=9

$y = \underline{1}x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - \underline{9}$

1	-2	-8	-18	-9	1	x=1 raíz
	1	-1	-9	9		
1	-1	-9	9	0	3	x=3 raíz
	3	6	-9			
1	2	-3	0		-3	x=-3 raíz
	-3	3				
1	-1	0			1	x=1 raíz
	1					
1	0					

9	3
3	3
1	1
0	

posibles raíces directas
x±1
x±3

Este polinomio tiene 2 raíces repetidas
x=1 y x=1 (raíces múltiples)

Actividad 10. Raíces o ceros de la función

Determina los ceros o raíces de la función a partir de su forma analítica utilizando el método de factorización de división sintética.

a) Escribe el tipo de función y su grado (Ejemplo: Función Polinomial de grado dos)

1) $y = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$

2) $y = x^4 + 3x^3 - 19x^2 - 27x + 90$

3) $y = x^5 + 2x^4 - 41x^3 - 78x^2 + 180x + 216$

4) $y = 2x^3 - 9x^2 + x + 12$

5) $y = x^5 - 2x^4 - 29x^3 + 22x^2 + 208x + 160$

b) Relaciona cada uno de los ceros o raíces encontradas con la función dada.

$y = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$	$x = -5, x = -3, x = 2, x = 3$
$y = x^4 + 3x^3 - 19x^2 - 27x + 90$	$x = 1, x = 1.5, x = 4$
$y = x^5 + 2x^4 - 41x^3 - 78x^2 + 180x + 216$	$x = -4, x = -2, x = -1, x = 4, x = 5$
$y = 2x^3 - 9x^2 + x + 12$	$x = -3, x = 1, x = 1, x = 3$
$y = x^5 - 2x^4 - 29x^3 + 22x^2 + 208x + 160$	$x = -6, x = -3, x = -1, x = 2, x = 6$