

TEST clasa a XII a – PARTEA II

1. d) Determinați matricea $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $A \cdot X = X \cdot B$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 & b+6 \\ 3a+4 & 3b+12 \end{pmatrix}$$

$$X \cdot B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4a+2b & 3a+b \\ 4a+3 & 3a+3 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X = X \cdot B$$

Se obține $a = \dots$ și $b = \dots$

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - (x + y) + 2$

a) $2 * 3 = \dots \cdot \dots - (\dots + \dots) + 2 = \dots - \dots + 2 = \dots + 2 = \dots$

b) Determinați numărul real x pentru care $5 * x = 9$

$$5 * x = 9 \Leftrightarrow \dots \cdot \dots - (\dots + \dots) + 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \dots - \dots - \dots + 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \dots - \dots + 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \dots - \dots = 9$$

$$\Leftrightarrow \dots = 9 \dots \dots$$

$$\Leftrightarrow \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x = \dots$$

c) Determinați numărul real x pentru care $x * x = 1$

$$x * x = 1 \Leftrightarrow \dots \cdot \dots - (\dots + \dots) + 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \dots - \dots \cdot \dots + 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \dots - \dots + 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \dots - \dots + \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x = \dots$$

Subiectul III

Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 5$

a) $f'(x) = (x^3 - 6x^2 + 12x + 5)' = (x^3)' - 6(x^2)' + 12(x)' + (5)' = 3x^2 - 12x + 12 + 0 = 3x^2 - 12x + 12$

b) Determinați ecuației tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = -1$.

Ecuația tangentei în punctul $x = -1$ este $y - f(-1) = f'(-1)(x - (-1))$

$f(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 12(-1) + 5 = -1 - 6 - 12 + 5 = -14$

$f'(-1) = 3(-1)^2 - 12(-1) + 12 = 3 + 12 + 12 = 27$

$y - (-14) = 27(x + 1)$

$y = 27x + 41$

c) $\int_0^1 (f(x) - x^3) dx = \int_0^1 (x^3 - 6x^2 + 12x + 5 - x^3) dx = \int_0^1 (-6x^2 + 12x + 5) dx = -2x^3 + 6x^2 + 5x \Big|_0^1 = -2 + 6 + 5 = 9$

d) $\int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 5 - f(x)) e^x dx = \int_1^2 [x^3 - 6x^2 + 5 - (x^3 - 6x^2 + 12x + 5)] e^x dx = \int_1^2 (-12x) e^x dx = -12 \int_1^2 x e^x dx = -12 [x e^x - \int e^x dx] = -12 [x e^x - e^x] \Big|_1^2 = -12 [(2e^2 - e^2) - (1e^1 - e^1)] = -12 [e^2 - 0] = -12e^2$