

El atajo de las raíces

Gerolamo Cardano (1501-1576) aprendió matemáticas de su padre, Fazio Cardano, a quien Leonardo da Vinci consultaba sobre temas de geometría.

Se enfrentó con otro matemático eminente, Niccolò Fontana (apodado Tartaglia), por la resolución de la ecuación de tercer grado. En su obra más importante, *Ars magna*, expresa diversos teoremas que relacionan raíces y coeficientes, así como la divisibilidad de un polinomio por factores $(x-a)$, en el que a es raíz de ese polinomio.

¿Qué relación guardan los coeficientes de la ecuación de segundo grado con sus raíces? Las soluciones, x_1 y x_2 , de una ecuación de segundo grado ($ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$) se calculan mediante estas fórmulas:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad y \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Suma las dos soluciones, esto es, calcula $x_1 + x_2$. ¿Qué has obtenido?

$$\frac{-c}{a}$$

$$\frac{c}{a}$$

$$\frac{b}{a}$$

$$\frac{-b}{a}$$

Multiplica ahora ambas raíces, es decir, $x_1 \cdot x_2$. Fíjate en el hecho de que en el numerador tienes una diferencia de cuadrados. ¿A qué resultado llegas?

$$\frac{-c}{a}$$

$$\frac{c}{a}$$

$$\frac{b}{a}$$

$$\frac{-b}{a}$$

Debatid en clase sobre los resultados que habéis obtenido, investigad sobre el nombre de esta relación y pensad si esto puede resultar útil en el cálculo de raíces cuando el coeficiente principal, a , es 1.

Completa la siguiente tabla y analiza los resultados:

Escribe las raíces en su orden creciente.

Ecuación	Raíces	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 3x + 2 = 0$	y		
$x^2 + x - 6 = 0$	y		
$x^2 - 8x + 15 = 0$	y		
$x^2 - 9x + 14 = 0$	y		
$x^2 - 6x - 16 = 0$	y		

Calcula de una manera rápida la solución de las siguientes ecuaciones usando lo observado en el ejercicio anterior:

- a) Las raíces de $x^2 + 7x + 12 = 0$ son dos números que multiplicados dan 12 y sumados dan -7 .

Las soluciones son y .

- b) $x^2 - 14x + 48 = 0$

Las soluciones son y .

- c) $x^2 - 2x - 35 = 0$

Las soluciones son y .

- d) $x^2 - 2x - 24 = 0$

Las soluciones son y .