UNIT PEMBELAJARAN 1

TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi pada unit ini Anda diharapkan dapat

1. Menentukan perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku

B. PERBANDINGAN (RASIO) TRIGONOMETRI

Problems Corner

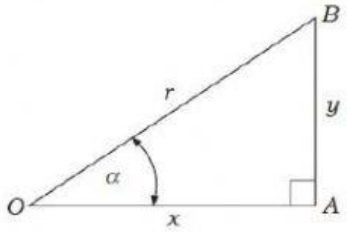
Sebagai bentuk pembangunan di suatu daerah, pemerintah membuka akses jalan yang menghubungkan kota A dengan beberapa desa yang terletak didaerah perbukitan. Dikarenakan letak desa-desa tersebut diperbukitan, tentu saja akses jalan yang akan dibuka akan melewati jalan-jalan dengan kemiringan tertentu. Agar nantinya dapat dilewati oleh kendaraan, kontraktor harus dapat mengukur kemiringan yang sesuai agar jalan tersebut dapat dilalui kendaraan dititik jalan yang memiliki kemiringan. Untuk dapat menyelesaikan permasalahan ini, diperlukan beberapa cabang ilmu dalam matematika salah satunya trigonometri. Perhatikan ilustrasi dari permasalahan tersebut

Jika titik lokasi merah adalah batas maksimum kemiringan yang dapat dilalui kendaraan, maka kontraktor dapat menentukan kemiringan menggunakan ilmu trigonometri.

Perbandingan Trigonometri dalam Segitiga Siku-Siku

Perbandingan trigonometri merupakan nilai perbandingan antar sisi (ruas garis) pada sebuah segitiga siku-siku yang berkaitan dengan sudut.

LIVEWORKSHEETS



Gambar 3. Segitiga Siku-Siku

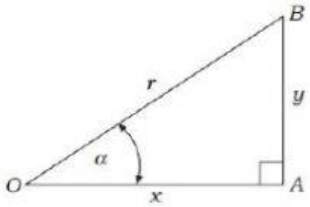
Perhatikan penjelasan berikut ini.

Dalam menentukan perbandingan (rasio) trigonometri suatu segitiga, maka digunakan istilah-istilah berikut ini.

Trigonometri Dasar untuk α
Sinus α ditulis sin α
Kosinus α ditulis cos α
Tangen α ditulis tan α
Kotangen α ditulis cotan α
Sekan α ditulis sec α
Kosekan α ditulis cosec α

LIVEWORKSHEETS

Perhatikan kembali segitiga siku-siku BOA.



Gambar 4. Segitiga Siku-Siku

Berdasarkan segitiga siku-siku BOA, maka

$$\sin\alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{hipotunesa}} = \frac{BA}{BO} = \frac{y}{r}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{sisi samping}}{\text{hipotunesa}} = \frac{AO}{BO} = \frac{x}{r}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} = \frac{BA}{AO} = \frac{y}{x}$$

$$\text{cosec}\ \alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\text{cotan}\ \alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$$

CONTOH SOAL

1. Sebuah perusahan membangun 3 buah apartemen yaitu apartemen A, apartemen B, dan apartemen C, untuk menghubungkan ketiga apartemen tersebut perusahaan akan membangun jalan penghubung yang menghubungkan ketiga apartemen tersebut. Pembangunan jalan penghubung ketiga apartemen tersebut membentuk segitiga siku-siku dengan siku-siku di apartemen C. Jika α menyatakan besar sudut di apartemen A dan panjang sisi didepan sudut α tersebut adalah 8 meter sedangkan panjang sisi disamping sudut α tersebut adalah 15 meter. Tentukanlah perbandingan trigonometri cosec α , sec α , cotan α yang dibentuk dari pembangunan jalan penghubung tersebut.

   Jawab

   Langkah 1

   Dari permasalahan yang disajikan dalam soal tersebut, kita diminta untuk menentukan rasio trigonometri. Dalam menentukan rasio trigonometri, kita membutuhkan seluruh panjang sisi yang terdapat dalam segitiga siku-siku. Namun pada soal tersebut hanya diketahui dua sisi dan satu sisinya tidak diketahui.

LIVEWORKSHEETS

CONTOH SOAL

Langkah 2

Dari soal diketahui bahwa pembangunan jalan penghubung tersebut membentuk sebuah segitiga siku-siku dengan titik siku-siku di C. Diketahui bahwa sudut α menyatakan besar sudut di titik A dengan sisi didepan sudut α adalah 8 meter dan sisi disamping sudut α adalah 15 meter. Hanya dua sisi pada segitiga tersebut yang diketahui sedangkan satu sisinya belum diketahui

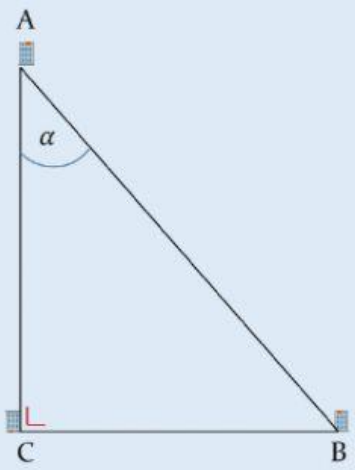
Langkah 3

Agar dapat menjawab masalah ini dengan lebih mudah, kita dapat mensketsa secara sederhana ilustrasi permasalahan tersebut.

Dari permasalahan yang diberikan akan kita misalkan jika

Apartemen A = titik A ; Apartemen B = titik B ; Apartemen C = titik C

Sisi depan sudut α = BC = 8 ; Sisi samping sudut α = AC = 15 ; Hipotenusa = AB



Dari permasalahan yang disajikan, nilai hipotunesa belum diketahui sehingga kita perlu menentukan nilai AB agar dapat mencari nilai rasio trigonometri pada segitiga siku-siku ACB.

Untuk dapat menentukan hipotunesa kita dapat menggunakan teorema phytagoras dimana $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2}$

Langkah selanjutnya yang dapat kita lakukan ketika sudah menemukan nilai hipotunesa segitiga siku-siku ACB adalah menentukan rasio trigonometri yang diminta dari soal tersebut. Dikarenakan rasio trigonometri yang diminta adalah cosec α , sec α , cotan α . Dimana kita tahu bahwa cosec $\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$; $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$; cotan $\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$ maka kita harus menentukan terlebih dahulu rasio trigonometri sin α , cos α , tan α.

LIVEWORKSHEETS

CONTOH SOAL

Langkah 4

Terlebih dahulu kita akan menentukan nilai hipotunesa segitiga tersebut

$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2}$

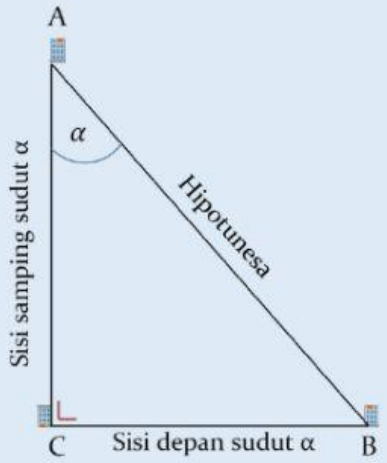
$AB = \sqrt{15^2 + 8^2}$

$AB = \sqrt{225 + 64}$

$AB = \sqrt{289}$

$AB = 17$

Langkah selanjutnya adalah menentukan rasio trigonometri sin α , cos α , tan α



$$\sin\alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{hipotunesa}} = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{17}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{sisi samping}}{\text{hipotunesa}} = \frac{AC}{AB} = \frac{15}{17}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{15}$$

Setelah didapatkan nilai sin α , cos α , tan α , maka kita dapat menentukan cosec α , sec α , cotan α . Dimana

$$\text{cosec } \alpha = \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{1}{\left(\frac{8}{17}\right)} = \frac{17}{8}$$

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\left(\frac{15}{17}\right)} = \frac{17}{15}$$

LIVEWORKSHEETS

CONTOH SOAL

$$\text{cotan}\,\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{\left(\frac{8}{15}\right)} = \frac{15}{8}$$

Langkah 5

Langkah selanjutnya adalah mengecek apakah langkah pengerjaan yang kita lakukan sudah sesuai dengan perintah yang diberikan pada soal.

Proses pertama yang kita kerjakan adalah mencari hipotunesa segitiga siku-siku ACB. Dimana hipotunesa yang kita dapat adalah 17. Dari teorema phytagoras yang sudah kita kerjakan sudah tepat karena teorema phytagoras pada segitiga siku-siku yaitu 8, 15, dan 17.

Kesesuaian langkah pertama yang sudah kita kerjakan sangat sesuai dengan kebutuhan kita untuk menyelesaiakn proses penyelesaian langkah kedua. Dikarenakan kita akan mencari nilai rasio trigonometri, maka kita harus mengidentifikasi letak sudut α serta sisi-sisi yang bersesuaian sehingga kita dapat menentukan nilai sin α , cos α , tan α yang sesuai sebagai langkah awal untuk menentukan nilai cosec α , sec α , cotan α.

$$\sin\alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{hipotunesa}} = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{17}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{sisi samping}}{\text{hipotunesa}} = \frac{AC}{AB} = \frac{15}{17}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{15}$$

Karena syarat untuk cosec α° , sec α° , cotan α ° telah kita dapatkan maka kita langsung dapat mencari nilai cosec α ° , sec α° , cotan α° sesuai dengan rumus dan kita telah mendapatkan

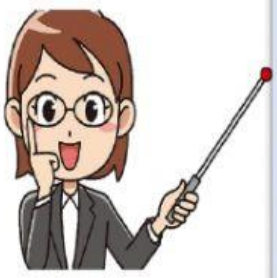
$$\text{cosec}\ \alpha^\circ = \frac{1}{\sin\alpha^\circ} = \frac{1}{\left(\frac{8}{17}\right)} = \frac{17}{8}$$

$$\sec\alpha^\circ = \frac{1}{\cos\alpha^\circ} = \frac{1}{\left(\frac{15}{17}\right)} = \frac{17}{15}$$

$$\text{cotan}\,\alpha^\circ = \frac{1}{\tan\alpha^\circ} = \frac{1}{\left(\frac{8}{15}\right)} = \frac{15}{8}$$

Maka dapat kita simpulkan bahwa cosec $\alpha^\circ = \frac{17}{8}$; sec $\alpha^\circ = \frac{17}{15}$; cotan $\alpha^\circ = \frac{15}{8}$

LIVEWORKSHEETS



REFLEKSI

Rasio Trigonometri Segitiga Siku-Siku

Dari contoh yang telah dikerjakan sebelumnya, dapat kita simpulkan bahwa kita dapat menentukan nilai rasio trigonometri cosec $\alpha°$, sec $\alpha°$, cotan $\alpha°$ jika masing-masing nilai sin $\alpha°$, cos $\alpha°$, tan $\alpha°$ sgitiga siku-siku diketahui nilainya. Untuk dapat menentukan nilai sin $\alpha°$, cos $\alpha°$, tan $\alpha°$ maka kita harus menganalisis terlebih dahulu letak sudut α pada sebuah segitiga siku-siku sehingga kita dapat menentukan sisi depan, sisi samping dan hipotunesa dari sudut tersebut.

BERIKAN TANDA CENTANG JIKA TELAH MENYELESAIKAN MATERI INI

LIVEWORKSHEETS