

SPLTV

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL



Disusun Oleh:

SILVIA JULY 20180111034020

Kompetensi Dasar

- 3.3 Menyusun Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel dari masalah kontekstual
- 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel.

INDIKATOR PENCAPAIAN

- 3.3.1 Menyusun Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel dari masalah kontekstual.
- 4.3.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel.

TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Peserta didik mampu menyusun Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
2. Peserta didik mampu merancang model matematika dari Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
3. Peserta didik mampu menyusun langkah-langkah cara penyelesaian SPLTV dengan metode substitusi dengan baik.
4. Peserta didik mampu menyusun langkah-langkah cara penyelesaian SPLTV dengan metode eliminasi dengan baik.
5. Peserta didik mampu menyusun langkah-langkah cara penyelesaian SPLTV dengan metode gabungan dengan baik.
6. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan SPLTV dengan baik.

Definisi SPLTV

Sistem persamaan linear tiga variabel adalah suatu sistem persamaan linear dengan tiga variabel, misalkan variabel x , y dan z .

Bentuk umum Sistem persamaan linear tiga variabel berikut ini.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 & \text{----- (Persamaan 1)} \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 & \text{----- (Persamaan 2)} \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 & \text{----- (Persamaan 3)} \end{cases}$$

Dimana a, b, c dan d adalah bilangan riil, dengan nilai a, b dan $c \neq 0$.

- Koefisien x yaitu a_1, a_2, a_3
- Koefisien y yaitu b_1, b_2, b_3
- Koefisien z yaitu c_1, c_2, c_3
- Konstanta dari ketiga persamaan adalah d_1, d_2, d_3

METODE PENYELESAIAN SPLTV

Adapun metode-metode yang akan digunakan untuk penyelesaian system persamaan linear tiga variabel, yaitu metode substitusi, metode eliminasi, metode gabungan [eliminasi dan substitusi], dan metode determinan (kelas XI/semester 1)

1. Metode Substitusi

Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode substitusi adalah:

1. Pilihlah satu persamaan yang sederhana, kemudian nyatakan x, y, z dalam dua variabel yang lainnya.
2. Substitusikan persamaan yang diperoleh dari langkah 1 ke kedua persamaan lainnya, sehingga diperoleh sistem persamaan linear dua variabel.
3. Selesaikan system persamaan linear dua variabel yang ada pada langkah 2 diatas dengan menggunakan metode substitusi.

4. Substitusikan nilai-nilai dua variabel Pada langkah 3 ke dalam satu persamaan semula sehingga diperoleh nilai variabel yang ketiga.

5. Tentukan himpunan penyelesaiannya.

Untuk lebih memahami metode substitusi, perhatikan contoh dibawah ini!

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel berikut dengan menggunakan metode substitusi !

$$x + 2y - z = 5$$

$$2x - 5z = 6$$

$$y = 7$$

Penyelesaian :

3. Pilih persamaan 3 untuk di substitusikan kedalam persamaan lainnya

1. Substitusikan persamaan 3 kedalam persamaan 1 sehingga ;

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= 5 \\x + 2(7) - z &= 5 \\x + 14 - z &= 5 \\x - z &= 5 - 14 \\x - z &= -9 \\x &= z - 9\end{aligned}$$

2. Persamaan x yang sudah didapatkan pada langkah kedua, disubstitusikan pada langkah ke persamaan 2, sehingga ;

$$\begin{aligned}2x - 5z &= 6 \\2(z - 9) - 5z &= 6 \\2z - 18 - 5z &= 6 \\-18 - 3z &= 6 \\-3z &= 6 + 18 \\-3z &= 24 \\z &= -\frac{24}{3} = -8\end{aligned}$$

Dari pembahasan diatas, kita telah mendapatkan nilai $y = 7$ dan $z = -8$, sehingga untuk mendapatkan nilai penyelesaian x kita memasukkan nilai y dan z kedalam persamaan 1 ;

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= 5 \\x + 2(7) - (-8) &= 5 \\x + 14 + 8 &= 5 \\x + 22 &= 5 \\x &= 5 - 22 \\x &= -17\end{aligned}$$

Jadi kita dapatkan himpunan penyelesaian dari SPLTV diatas adalah $\{-17, 7, -8\}$

2. Metode Eliminasi

Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode eliminasi adalah:

1. Eliminasi sepasang-sepasang persamaan dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu peubah (x , y , atau z) pada kedua persamaan sama.
2. Jumlahkan atau kurangkan persamaan yang satu dengan yang lain sehingga diperoleh system persamaan linear dua variabel.
3. Selesaikan system persamaan linear dua variabel yang diperoleh pada langkah 2 dengan metode eliminasi.
4. Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Untuk lebih memahami metode eliminasi, perhatikan contoh dibawah ini!

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel berikut dengan menggunakan metode eliminasi !

$$x + y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$

Penyelesaian :

- Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2), sehingga diperoleh ;

$$\begin{array}{rcl} x + y + 2z = 9 & | \times 3 | & \rightarrow 3x + 3y + 6z = 27 \\ 2x + 4y - 3z = 1 & | \times 2 | & \rightarrow 4x + 8y - 6z = 2 \\ \hline & & 7x + 11y = 29 \end{array} +$$

- Eliminasi z dari persamaan (2) dan (3), sehingga diperoleh ;

$$\begin{array}{rcl} 2x + 4y - 3z = 1 & | \times 5 | & \rightarrow 10x + 20y - 15z = 5 \\ 3x + 6y - 5z = 0 & | \times 3 | & \rightarrow 9x + 18y + 15z = 0 \\ \hline & & x + 2y = 5 \end{array} +$$

Penyelesaian :

- Eliminasi x dari persamaan (4) dan (5), sehingga diperoleh ;

$$\begin{array}{rcl} 7x + 11y & = & 29 \quad | \times 1 | \rightarrow 7x + 11y = 29 \\ x + 2y & = & 5 \quad | \times 7 | \rightarrow 7x + 14y = 35 \quad - \\ \hline & & -3y = -6 \\ & & y = 2 \end{array}$$

- Eliminasi y dari persamaan (4) dan (5), sehingga diperoleh ;

$$\begin{array}{rcl} 7x + 11y & = & 29 \quad | \times 2 | \rightarrow 14x + 22y = 58 \\ x + 2y & = & 5 \quad | \times 11 | \rightarrow 11x + 22y = 55 \quad - \\ \hline & & 3x = 3 \\ & & x = 1 \end{array}$$

- Eliminasi x dan y dari persamaan (2) dan (3), sehingga di peroleh ;

$$\begin{array}{rcl} 2x + 4y - 3z & = & 1 \quad | \times 3 | \rightarrow 6x + 12y - 9z = 3 \\ 3x + 6y - 5z & = & 0 \quad | \times 2 | \rightarrow 6x + 12y - 10z = 0 \quad - \\ \hline & & z = 3 \end{array}$$

Jadi dari penyelesaian diatas, kita peroleh himpunan penyelesaian dari SPLTV diatas adalah $\{1,2,3\}$

3. Metode Gabungan Eliminasi & Substitusi

Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan system persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode gabungan eliminasi dan substitusi adalah sebagai berikut:

1. Eliminasi sepasang-sepasang persamaan dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu peubah (x, y, z) pada kedua persamaan sama.

2. Jumlahkan atau kurangkan persamaan yang satu dengan yang lainnya, sehingga diperoleh system persamaan linear dua variabel.
3. Selesaikan system persamaan linear dua variabel yang diperoleh pada langkah 2 dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi sehingga diperoleh nilai dua buah variabel.
4. Substitusi nilai dua buah variabel ..yang diperoleh pada langkah 3 ke salah satu persamaan semula sehingga diperoleh nilai variabel yang ketiga.
5. Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

CONTOH SOAL (metode Gabungan)

Campuran 3 kg beras A, 2 kg beras B, dan 2 kg beras C dijual seharga Rp19.700,00.
Campuran 2 kg beras A, 1 kg beras B, dan 2 kg beras C dijual Rp14.000. Sedangkan campuran 2 kg beras A, 3 kg beras B, dan 1 kg beras C dijual seharga Rp17.200,00.

- a. Buatlah model matematika dari permasalahan tersebut!
- b. Hitunglah harga tiap kg beras A, B, dan C.

Penyelesaian

Diketahui:

- Campuran 3 kg beras A, 2 kg beras B dan 2 kg beras C harganya Rp.19.700
- Campuran 2 kg beras A, 1 kg beras B dan 2 kg beras C harganya Rp.14.000
- Campuran 2 kg beras A, 3 kg beras B dan 1 kg beras C harganya Rp.17.200

Ditanya:

- Model matematika dari permasalahan tersebut!
- Hitunglah harga tiap kg beras A, B, dan C (himpunan penyelesaian)

Dijawab :

Misalkan : x adalah beras A,

y adalah beras B dan

z adalah beras C

Berdasarkan informasi yang telah kita dapatkan diatas, kita dapat menuliskannya kedalam model matematika seperti berikut :

$$3x + 2y + 2z = 19.700$$

$$2x + y + 2z = 14.000$$

$$2x + 3y + z = 17.200$$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan tiga variabel diatas, kita dapat menggunakan metode gabungan yang bisa digunakan yaitu :

Metode Eliminasi ;

- eliminasi z dari persamaan (1) dan (2), sehingga diperoleh ;

$$\begin{array}{r} 3x + 2y + 2z = 19.700 \\ 2x + y + 2z = 14.000 \quad - \\ \hline x + y = 5.700 \end{array}$$

- eliminasi z dari persamaan (1) dan (3), sehingga diperoleh ;

$$\begin{array}{r} 3x + 2y + 2z = 19.700 \quad |\times 1| \rightarrow 3x + 2y + 2z = 19.700 \\ 2x + 3y + z = 17.200 \quad |\times 2| \rightarrow 4x + 6y + 2z = 34.400 \quad - \\ \hline -x - 4y = -14.700 \end{array}$$

- eliminasi x dari persamaan (4) dan (5), sehingga diperoleh ;

$$\begin{array}{r} x + y = 5.700 \\ -x - 4y = -14.700 \quad + \\ \hline -3y = -9000 \\ y = 3000 \end{array}$$

Metode substitusi ;

- substitusi nilai y kedalam persamaan (4) untuk mendapatkan nilai x

$$\begin{array}{l} x + y = 5.700 \\ x + 3000 = 5.700 \\ x = 5.700 - 3000 \\ x = 2.700 \end{array}$$

- substitusi nilai y dan x yang telah didapat kedalam persamaan (2) untuk mendapatkan nilai z

$$\begin{array}{l} 2x + y + 2z = 14.000 \\ 2(2.700) + 3000 + 2z = 14.000 \\ 5.400 + 3000 + 2z = 14.000 \\ 8.400 + 2z = 14.000 \\ 2z = 14.000 - 8.400 \\ 2z = 5.600 \\ z = 2.800 \end{array}$$