

MATEMÁTICA – III° SECUNDARIA

Ficha N°5: RACIONALIZACIÓN II

b) Racionalización de Binomio

1er Caso

Cuando el binomio es de la forma

$$a \pm \sqrt{b} \text{ ó } \sqrt{a} \pm b$$

Se utiliza diferencia de cuadrados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\frac{N}{a \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{a \mp \sqrt{b}}{a \mp \sqrt{b}} = \frac{N(a \mp \sqrt{b})}{a^2 - b}$$

Factor Racionalizante
Expresión Racionalizada

Ejemplo ①

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2-\sqrt{3}} \quad \text{El F.R. de } 2-\sqrt{3} \text{ es } 2+\sqrt{3} \\ & = \frac{3}{2-\sqrt{3}} \times \frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})} = \frac{3(2+\sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} \\ & \quad \text{Factor racionalizante} \\ & = \frac{3(2+\sqrt{3})}{4-3} \\ & = \frac{3(2+\sqrt{3})}{1} \\ & = \frac{3}{2-\sqrt{3}} = \underbrace{6 + 3\sqrt{3}} \\ & \quad \text{Expresión racionalizada} \end{aligned}$$

Ejemplo ②

$$\begin{aligned} & \frac{3}{\sqrt{7}+2} \quad \text{Su F.R. de } \sqrt{7}+2 \text{ es } \sqrt{7}-2 \\ & = \frac{3}{\sqrt{7}+2} \times \frac{(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}-2)} = \frac{3(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7})^2 - 2^2} \\ & \quad \text{Factor racionalizante} \\ & = \frac{3(\sqrt{7}-2)}{7-4} \\ & = \frac{\cancel{3}(\sqrt{7}-2)}{\cancel{3}} \\ & = \frac{3}{\sqrt{7}+2} = \underbrace{\sqrt{7}-2} \\ & \quad \text{Expresión racionalizada} \end{aligned}$$

2do Caso

Cuando el denominador es $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ se utiliza diferencia de cuadrados.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \quad \text{El F.R. de } \sqrt{5}-\sqrt{2} \text{ es } \sqrt{5}+\sqrt{2} \\ & = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \times \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ & \quad \text{Factor racionalizante} \\ & = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} \\ & = \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{15}+\sqrt{6}}{3} \\ & \quad \text{Expresión racionalizada} \end{aligned}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Racionalizar: $\frac{2}{3-\sqrt{5}} =$
- a) $(3-\sqrt{5})/2$ b) $(5-\sqrt{3})/2$ c) $(3+\sqrt{5})/2$
 d) $\sqrt{5}-1$ e) N.A.
2. Racionalizar: $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} =$
- a) $(6-\sqrt{35})$ b) $(6+\sqrt{35})/2$ c) $\sqrt{5}-1$
 d) $(6+\sqrt{35})$ e) N.A.
3. Racionalizar: $\frac{1}{2\sqrt{2}+7} =$
- a) $(7+2\sqrt{2})/41$ b) $(7+\sqrt{3})/41$ c) $(7-2\sqrt{3})$
 d) $(7-2\sqrt{3})/41$ e) $(7-2\sqrt{2})/41$

4. Racionalizar:

$$A = \frac{1}{\sqrt{a}-1}$$

Indicar el numerador.

- a) $\sqrt{a}-1$ b) $\sqrt{a}+1$
 c) $1-\sqrt{a}$ d) $1+\sqrt{a}$
 e) N.A.

5. Reducir:

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} \right) (\sqrt{5}+1)$$

- a) 1 b) 2 c) $\sqrt{5}+1$
 d) $\sqrt{5}-1$ e) N.A.

6. Reducir:

$$A = \frac{1}{3+\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} + \frac{6\sqrt{5}}{4}$$

- a) $1+\sqrt{5}$ b) $1-\sqrt{5}$ c) $3+\sqrt{5}$
 d) $3-\sqrt{5}$ e) N.A.

7. Racionalizar:

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{8+\sqrt{48}}}$$

e indicar el denominador.

- a) 1 b) 4 c) 2
 d) 5 e) N.A.

