MODUL AJAR
MATEMATIKA

INTEGRAL TAK TENTU
FUNGSI TRIGONOMETRI

Tahun Ajaran 2026/2027

LIVEWORKSHEETS

MODUL AJAR

INFORMASI UMUM	
IDENTITAS MODUL	
Satuan Pendidikan	SMA Colombo Yogyakarta
Nama Penyusun	Aisah Putri Lestari Alfi Farkhah
Mata Pelajaran	Matematika Tingkat Lanjut
Tahun Pelajaran	2026/2027
Semester	Gasal
Jenjang Pendidikan	SMA/MA
Kelas / Fase	XII / F
Materi Pokok	Integral
Sub Materi	Integral Tak Tentu Fungsi Trigonometri
Alokasi Waktu	12 JP (4 pertemuan × 3 JP @ 45 menit)
Banyak Pertemuan	4
KOMPETENSI AWAL	
Sebelum mempelajari modul ini, murid telah memahami: 1. konsep turunan (derivatif) serta turunan fungsi polinomial; 2. turunan fungsi trigonometri, yaitu $\sin x$, $\cos x$, dan $\tan x$; 3. identitas trigonometri dasar dan identitas sudut ganda; serta 4. pengoperasian bentuk aljabar dan penyederhanaan pecahan sederhana.	
PROFIL PELAJAR PANCASILA	
1. Bernalar Kritis	Menganalisis pola turunan dan integral fungsi trigonometri serta memeriksa kebenaran hasil integral melalui diferensiasi.
2. Bergotong Royong	Berdiskusi dalam kelompok untuk menyelesaikan masalah kontekstual dan saling memeriksa pekerjaan antar kelompok.
3. Kreatif	Menemukan lebih dari satu cara (identitas) untuk mengintegralkan fungsi trigonometri serta menerapkannya pada masalah kontekstual gerak partikel.
SUMBER BELAJAR	
1. Widodo, dkk. (2025). *Matematika Tingkat Lanjut SMA/MA Kelas XII (Edisi Revisi)*. Kemendikdasmen, halaman 161. 2. Stewart, J., Clegg, D. K., & Watson, S. (2021). *Calculus: Early transcendentals* (9th ed.). Cengage Learning (pembanding untuk antiturunan dan integral tak tentu). 3. LKPD 1–4 dan bahan ajar ringkas (Lampiran 12).	
SARANA DAN PRASARANA	
Ruang kelas, papan tulis dan spidol; LCD/proyektor; LKPD 1–4 (dicetak); lembar checklist pemeriksaan silang (pada LKPD 4); alat tulis.	

LIVEWORKSHEETS

TARGET PESERTA DIDIK
Murid reguler kelas XII yang telah mempelajari turunan fungsi. Murid yang cepat mencapai tujuan pembelajaran difasilitasi dengan soal pengayaan (HOTS), sedangkan murid yang belum mencapai KKTP difasilitasi dengan pembelajaran ulang (remedial) melalui petunjuk bertahap dan bimbingan teman sejawat.

KOMPONEN INTI

CAPAIAN PEMBELAJARAN (BSKAP, 2022)
Memahami laju perubahan dan laju perubahan rata-rata, serta laju perubahan sesaat sebagai konsep kunci derivatif (turunan), baik secara geometris maupun aljabar; menentukan turunan dari fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri, dan menerapkan derivatif untuk membuat sketsa kurva, menghitung gradien dan menentukan persamaan garis singgung, menentukan kecepatan sesaat dan menyelesaikan soal optimasi; **memahami integral, baik secara proses yang merupakan kebalikan dari derivatif dan juga sebagai cara menghitung luas; serta memahami teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif dan integral.**

TUJUAN KEGIATAN PEMBELAJARAN	
Pertemuan 1	Murid dapat menjelaskan konsep integral tak tentu sebagai antiturunan suatu fungsi serta hubungan dengan turunan.
Pertemuan 2	Murid dapat menemukan dan menerapkan sifat penjumlahan, pengurangan, dan faktor konstanta pada integral tak tentu; mengenali integral dasar sin x dan cos x dari turunan.
Pertemuan 3	Murid dapat menyelesaikan integral fungsi trigonometri dengan menerapkan identitas trigonometri yang sesuai.
Pertemuan 4	Murid dapat membuktikan kebenaran hasil integral fungsi trigonometri melalui proses diferensiasi, menentukan konstanta integrasi dari kondisi awal pada masalah kontekstual gerak partikel, dan menuliskan langkah penyelesaian secara sistematis.

KRITERIA KETERCAPAIAN TUJUAN PEMBELAJARAN (KKTP)

Deskriptor di bawah menggambarkan capaian pada **soal asesmen formatif** (Lampiran 6) yang dapat diamati langsung dari lembar jawaban. Skor soal dikonversi ke nilai: skor 6 = 100, skor 5 = 83, skor 4 = 67, skor 3 = 50 (nilai soal = skor ÷ 6 × 100). KKTP dinyatakan tercapai apabila murid berada pada level **Baik** atau **Sangat Baik** (nilai ≥ 76).

LIVEWORKSHEETS

Tujuan Pembelajaran	Perlu Bimbingan (0–60)	Cukup (61–75)	Baik (76–90)	Sangat Baik (91–100)
TP 1. Menjelaskan konsep integral tak tentu sebagai antiturunan serta hubungannya dengan turunan. (Soal formatif P1: 3 soal hitung @1 dan 1 soal penjelasan konstanta C skor 3)	Hasil integral pada sebagian besar soal hitung salah atau C belum ditulis, dan penjelasan tentang C belum memuat unsur yang diminta (skor ≤ 3).	Capaian pada soal hitung dan penjelasan sama-sama sebagian, misalnya tiga soal hitung benar tetapi penjelasan C hanya memuat 1 unsur, atau dua soal hitung benar dan penjelasan memuat 2 unsur (skor 4).	Tiga soal hitung benar dan penjelasan C memuat 2 dari 3 unsur, atau dua soal hitung benar dan penjelasan lengkap (skor 5).	Tiga soal hitung benar dan lengkap dengan C, serta penjelasan memuat 3 unsur: turunan konstanta nol, dua fungsi berbeda berturunan sama, dan C mewakili semua antiturunan (skor 6).
TP 2. Menemukan dan menerapkan sifat integral tak tentu serta mengenali integral dasar sin x dan cos x. (Soal formatif P2: soal 1 skor 3, soal 2 skor 2, soal 3 skor 1)	Belum menggunakan sifat penjumlahan/pengurangan dan faktor konstanta dengan tepat, atau integral sin x dan cos x masih tertukar (skor ≤ 3).	Dua dari tiga soal benar; satu soal masih keliru pada tanda atau koefisien (skor 4).	Ketiga hasil benar, tetapi ada satu kekurangan: sifat integral pada soal 1 tidak disebutkan, atau ada satu salah hitung kecil/lupa C (skor 5).	Ketiga soal benar dan lengkap dengan C, serta sifat integral yang digunakan pada soal 1 disebutkan dengan tepat (skor 6).
TP 3. Menyelesaikan integral fungsi trigonometri dengan menerapkan identitas trigonometri yang sesuai. (Soal formatif P3: 2 soal @3; observasi kelompok Lampiran 7)	Belum dapat memilih identitas yang sesuai sehingga integran belum dapat diubah (skor ≤ 3).	Memilih identitas yang tepat, tetapi hasil integral masih keliru atau tidak diverifikasi (skor 4).	Satu soal benar pada ketiga aspek (identitas, hasil, verifikasi); soal lain hampir tepat (skor 5).	Pada kedua soal, memilih identitas, mengintegralkan, dan memverifikasi dengan turunan secara benar (skor 6).

LIVEWORKSHEETS

Tujuan Pembelajaran	Perlu Bimbingan (0–60)	Cukup (61–75)	Baik (76–90)	Sangat Baik (91–100)
TP 4. Membuktikan hasil integral melalui diferensiasi, menentukan C dari kondisi awal pada masalah gerak partikel, dan menulis langkah secara sistematis. (Soal formatif P4: 1 soal kontekstual, 6 aspek @1; observasi kelompok Lampiran 7)	Belum dapat menentukan hasil integral atau nilai C dari kondisi awal (skor ≤ 3).	Hasil integral dan nilai C benar, tetapi verifikasi dan/atau langkah penulisan belum lengkap (skor 4).	Hasil integral, C, dan verifikasi benar, tetapi satu aspek kurang (misalnya salah satu verifikasi belum ada atau langkah belum sistematis) (skor 5).	Hasil integral benar, C ditentukan dari kondisi awal, kedua verifikasi (turunan dan kondisi awal) benar, dan langkah ditulis sistematis (skor 6).

PENGOLAHAN NILAI

Sumber nilai dan cara menggabungkannya dirumuskan sebagai berikut agar level KKTP dan tindak lanjut ditetapkan dengan cara yang sama untuk semua murid.

Sumber nilai	Instrumen	Pertemuan	Perhitungan
Soal formatif individu	Lampiran 6	1, 2, 3, 4	Nilai soal = skor ÷ 6 × 100
Observasi kerja kelompok	Lampiran 7	3 dan 4	Nilai observasi = skor ÷ 16 × 100
Asesmen sumatif	Lampiran 8–10	Setelah 4	Nilai sumatif = jumlah skor (maks. 100)

Rumus	Keterangan
NF1 dan NF2	Nilai Formatif Pertemuan 1 dan 2 = nilai soal formatif (100%).
NF3 dan NF4	Nilai Formatif Pertemuan 3 dan 4 = 70% × nilai soal + 30% × nilai observasi kerja kelompok.
Level KKTP per TP	Ditetapkan dari NF tiap pertemuan (rentang 0–60, 61–75, 76–90, 91–100) dan menjadi dasar pengayaan atau remedial segera.
Nilai Akhir Modul	60% × rata-rata (NF1, NF2, NF3, NF4) + 40% × nilai sumatif. Murid dinyatakan mencapai KKTP modul bila Nilai Akhir ≥ 76.
Contoh	Pertemuan 3: skor soal 5 (nilai 83) dan observasi 12/16 (nilai 75) → NF3 = 0,7 × 83 + 0,3 × 75 ≈ 81 (Baik). Bila NF1–NF4 =

LIVEWORKSHEETS

Rumus	Keterangan
	100, 83, 81, 83 dan nilai sumatif 80 → Nilai Akhir = 0,6 × 86,75 + 0,4 × 80 ≈ 84 (Baik).
Tidak diberi nilai angka	Asesmen diagnostik, LKPD, pemeriksaan silang, dan refleksi diri. Keempatnya digunakan sebagai umpan balik, pembentukan kelompok, dan bahan refleksi guru.

PEMAHAMAN BERMAKNA
Melalui pembelajaran integral tak tentu fungsi trigonometri, murid memahami bahwa integral adalah proses kebalikan dari diferensiasi (antiturunan), sehingga setiap hasil integral selalu dapat diperiksa kebenarannya dengan menurunkannya kembali. Pembelajaran ini tidak sekadar menghafal rumus, tetapi menemukan pola, memilih identitas trigonometri yang tepat, dan menalar secara sistematis. Konsep ini bermanfaat, misalnya, untuk menentukan posisi benda dari kecepatannya atau kecepatan dari percepatannya, serta untuk mempelajari fenomena periodik seperti getaran dan gelombang.

PERTANYAAN PEMANTIK
1. Jika diketahui turunan suatu fungsi, bagaimana kita menemukan kembali fungsi asalnya? Apakah fungsi asal itu hanya satu? (Pertemuan 1) 2. Apakah integral dari penjumlahan fungsi sama dengan jumlah integral masing-masing fungsi? Apakah pola yang sama berlaku pada sin x dan cos x? (Pertemuan 2) 3. Kita langsung tahu $\int x^2\,dx$, tetapi bagaimana dengan $\int \sin^2 x\,dx$ yang bukan pangkat dari x? (Pertemuan 3) 4. Bagaimana kita yakin bahwa hasil integral yang kita peroleh benar? Dua hasil yang tampak berbeda, apakah mungkin sama-sama benar? (Pertemuan 4)

MODEL PEMBELAJARAN	
Pertemuan 1	Discovery Learning (LKPD individu)
Pertemuan 2	Discovery Learning (LKPD individu, "misi")
Pertemuan 3	Discovery Learning (diskusi kelompok, kelompok heterogen 4 orang)
Pertemuan 4	Discovery Learning (diskusi kelompok dan pemeriksaan silang)
Sintaks	Stimulasi, pernyataan masalah, pengumpulan data, pengolahan data, verifikasi, dan generalisasi (Bruner, 1961).

ASESMEN	
Asesmen Awal (Diagnostik)	Tes tertulis 5 soal pilihan ganda tentang turunan fungsi polinomial dan trigonometri serta identitas trigonometri di awal Pertemuan 1 (Lampiran 5). Hasilnya tidak diberi nilai angka; digunakan untuk menentukan prasyarat yang perlu diulang dan membentuk kelompok heterogen pada Pertemuan 3.
Asesmen Formatif	Dilakukan pada setiap pertemuan untuk memberi umpan balik dan memantau capaian TP (Black & Wiliam, 1998; BSKAP, 2025). Sumber nilainya: a. Soal singkat individu pada kegiatan penutup (Lampiran 6): P1 (4 soal), P2 (3 soal), P3 (2 soal), P4 (1 soal); masuk ke nilai;

LIVEWORKSHEETS

	b. Observasi kerja kelompok dengan rubrik (Lampiran 7) pada P3 dan P4; masuk ke nilai; c. LKPD, pemeriksaan silang (LKPD 4), dan refleksi diri murid: umpan balik, tidak diberi nilai angka. Cara menggabungkan nilai dijelaskan pada bagian Pengolahan Nilai.
Asesmen Sumatif	Tes tertulis berupa 8 soal pilihan ganda dan 3 soal uraian (Lampiran 8), alokasi 90 menit, dilaksanakan setelah Pertemuan 4 atau diintegrasikan dengan asesmen sumatif semester gasal sesuai kalender akademik sekolah. Kisi-kisi pada Lampiran 9, serta pedoman penskoran dan kunci jawaban pada Lampiran 10. Nilai sumatif masuk ke Nilai Akhir Modul (bobot 40%).

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1	
KEGIATAN PEMBELAJARAN	**WAKTU**
PENDAHULUAN	
a. Guru membuka pembelajaran, memeriksa kehadiran, dan menyampaikan tujuan pembelajaran. b. Guru memberikan asesmen diagnostik tertulis (5 soal, ±7 menit; Lampiran 5) untuk memetakan kesiapan murid pada konsep turunan dan identitas trigonometri. c. Guru menampilkan sebuah konsep turunan fungsi sederhana: $f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = \frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$. d. Murid mengingat kembali konsep turunan fungsi.	15 menit
KEGIATAN INTI	
Fase 1: Stimulasi a. Guru membagikan LKPD kepada setiap murid. b. Guru menyajikan beberapa fungsi dalam LKPD dan meminta murid menentukan fungsi turunannya. c. Murid menentukan fungsi turunan dalam LKPD Kegiatan 1. d. Guru menanyakan: "Jika kita mengetahui suatu fungsi, kita bisa mencari turunannya. Bagaimana jika yang diketahui justru hasil turunannya?"	15 menit
Fase 2: Pernyataan Masalah a. Guru membimbing murid merumuskan permasalahan: 1. Apa yang terjadi pada pangkat x saat diturunkan? 2. Apa yang terjadi pada konstanta? 3. Bagaimana menentukan fungsi asal jika diketahui fungsi turunan? b. Murid mengamati pola dari fungsi dan turunannya. c. Murid berpikir dan berdiskusi dengan teman.	15 menit
Fase 3: Pengumpulan Data a. Guru membimbing murid menentukan fungsi asal pada LKPD Kegiatan 2. b. Guru meminta murid mencoba menurunkan kembali fungsi asal yang ditemui untuk mengetahui kebenarannya. c. Murid mengerjakan Kegiatan 2. d. Murid bertanya pada guru atau berdiskusi dengan teman. e. Murid dapat menuliskan dugaan pola.	25 menit

LIVEWORKSHEETS

Fase 4: Pengolahan Data a. Guru menyajikan beberapa fungsi yang turunannya sama, kemudian meminta murid mengamati hasil turunannya. b. Murid menentukan turunan fungsi pada LKPD Kegiatan 3. c. Guru memandu diskusi tentang alasan beberapa fungsi berbeda dapat memiliki turunan yang sama dan pengaruh konstanta terhadap hasil turunan. d. Guru membimbing murid merumuskan hasil penyelidikan pada Kegiatan 2 dan Kegiatan 3. e. Murid dapat mencari dan menuliskan aturan umum integral. f. Guru memperkenalkan notasi integral dan unsur-unsurnya.	20 menit
Fase 5: Verifikasi a. Guru membimbing murid menentukan hasil integral beberapa fungsi dan pembuktiannya pada LKPD Kegiatan 4. b. Murid menentukan hasil integral fungsi dan membuktikan dengan konsep turunan.	15 menit
Fase 6: Generalisasi a. Guru memfasilitasi murid merumuskan kesimpulan. b. Murid menyampaikan dan menuliskan kesimpulan integral tak tentu dan memahami bahwa konstanta C diperlukan karena suatu fungsi dapat memiliki banyak antiturunan. c. Guru memberikan penguatan terhadap kesimpulan yang disampaikan murid.	15 menit
PENUTUP	
a. Guru melakukan refleksi singkat bersama murid. b. Guru memberikan asesmen formatif singkat pada murid. 1. $\int 6\,dx$ 2. $\int 9x^2\,dx$ 3. $\int -2x^3\,dx$ 4. Jelaskan mengapa hasil $\int 9x^2\,dx$ ditulis $3x^3 + C$ dan tidak cukup $3x^3$ saja. Berikan contoh dua fungsi berbeda yang turunannya sama-sama $9x^2$. c. Murid mengerjakan asesmen dari guru secara individu. d. Guru memberikan umpan balik pada murid dan menutup pembelajaran.	15 menit

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2	
KEGIATAN PEMBELAJARAN	**WAKTU**
PENDAHULUAN	
a. Guru membuka pembelajaran, memeriksa kehadiran, dan menyampaikan tujuan pembelajaran. b. Guru mengingatkan kembali konsep integral tak tentu. c. Guru mengingatkan kembali konsep turunan fungsi trigonometri. d. Murid mengingat kembali konsep integral dan turunan fungsi trigonometri.	15 menit
KEGIATAN INTI	
Fase 1: Stimulasi a. Guru memberi kuis mengenai konsep integral. 1. $\int 5x^3\,dx$ 2. $\int x^2\,dx$ 3. $\int \frac{3}{x^8}\,dx$ b. Beberapa murid maju mengerjakan kuis. c. Guru menyajikan contoh permasalahan integral, yaitu $\int(2x \pm 1)\,dx$. d. Guru meminta murid memikirkan langkah penyelesaian yang mungkin. e. Murid memikirkan dan mendiskusikan langkah penyelesaian permasalahan.	15 menit
Fase 2: Pernyataan Masalah a. Guru membimbing murid merumuskan masalah: 1. Apakah integral gabungan dapat dipisahkan? 2. Bisakah pola yang sama berlaku pada trigonometri? b. Murid berpikir dan berdiskusi dengan teman.	10 menit
Fase 3: Pengumpulan Data a. Guru membagikan LKPD pada setiap murid. b. Guru meminta murid untuk mengerjakan Misi 1 dan Misi 2 pada LKPD. c. Murid mengerjakan Misi 1 dan Misi 2 secara individu.	20 menit
Fase 4: Pengolahan Data a. Guru membimbing murid dalam mencatat sifat-sifat integral pada LKPD Misi 3. b. Guru menyajikan asal usul integral fungsi trigonometri pada Misi 4 LKPD. c. Murid mencatat sifat dan menentukan hasil integral trigonometri.	25 menit

LIVEWORKSHEETS

Fase 5: Verifikasi a. Guru memberikan sebuah integral gabungan fungsi trigonometri, kemudian meminta murid menyelesaikannya dan membuktikan kebenarannya dari hasil turunan. b. Murid menentukan hasil integral dan membuktikan kebenarannya.	20 menit
Fase 6: Generalisasi a. Guru meminta beberapa murid menjelaskan bagaimana sifat integral membantu menyederhanakan perhitungan. b. Murid yang ditunjuk menjelaskan sifat integral. c. Guru bersama murid merumuskan kesimpulan akhir dan meluruskan pemahaman yang kurang tepat.	15 menit
PENUTUP	
a. Guru melakukan refleksi singkat bersama murid. b. Guru memberikan asesmen formatif singkat pada murid. Pada soal nomor 1, murid juga menuliskan sifat integral yang digunakan. 1. $\int 4x^2 + 7x - 5\, dx$ 2. $\int x^3 - \frac{3}{x^2} - 4x + 5\, dx$ 3. $\int -\sin x\, dx$ c. Murid mengerjakan asesmen dari guru. d. Guru memberikan umpan balik pada murid dan menutup pembelajaran.	15 menit

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3	
KEGIATAN PEMBELAJARAN	**WAKTU**
PENDAHULUAN	
a. Guru membuka kelas, memeriksa kehadiran, dan menyampaikan tujuan pembelajaran. b. Guru menampilkan beberapa turunan, yaitu: 1. $d/dx(sinx) = cosx$ 2. $d/dx(cosx) = -sinx$ 3. $d/dx(tanx) = sec^2x$ Murid menyebutkan integral yang bersesuaian c. Guru mengingatkan identitas sudu ganda dan membagi murid ke dalam kelompok heterogen beranggotakan 4 orang.	15 Menit
KEGIATAN INTI	
Fase 1: Stimulasi a. Guru membagikan LKPD b. Guru menuliskan $\int sin^2x dx$ di papan tulis dan bertanya "Kalau ini $\int x^2 dx$ kalian langsung tahu jawabannya. Bagaimana dengan sin^2x?" *guru tidak memberi jawaban.* c. Murid mengemukakan dugaan awal secara bebas, lalu mencatatnya di LKPD 3 Kegiatan 3.	15 menit
Fase 2: Pernyataan Masalah a. Guru membimbing murid merumuskan masalah, "Bagaimana menentukan integral dari fungsi trigonometri berpangkat atau berbentuk perkalian?" b. Murid disuruh menuliskan rumusan masalah dan hipotesis kelompoknya.	10 Menit
Fase 3: Pengumpulan Data a. Guru berkeliling dan mengajukan pertanyaan penuntun "Coba turunkan dugaan kalian, apakah hasilnya sama dengan sin^2x? b. Guru menyuruh murid mengerjakan Kegiatan 1 (mengingat identitas), Kegiatan 2 (menemukan $\int$ cos 2x dan sin 2x), dan menguji dugaan ⅓ $\sin^3$x pada Kegiatan 3.	30 Menit
Fase 4: Pengolahan Data a. Guru memantau kelompok dan memberik petunjuk bertahap hanya bila kelompok macet, misalnya "Adakah identitas yang mengubah sin^2x menjadi bentuk berpangkat satu?" b. Guru menyuruh murid untuk mengubah integran dengan identitas yang sesuai, mengintegralkan lalu melengkapi tabel temuan (Kegiatan 4) untuk cos^2x, $sin\,x\,cos\,x$, dan tan^2x.	20 Menit
Fase 5: Verifikasi a. Guru meminta setiap kelompok membuktikan hasilnya dengan menurunkan kembali dan memancing diskusi pada pertanyaan berpikir kritis. (LKPD 3, bagian Pertanyaan Berpikir Kritis) b. Guru menyuruh murid memeriksa bahwa turunan hasil sama dengan integran, lalu membahas mengapa dua hasil yang tampak berbeda sama-sama benar.	15 Menit
Fase 6: Generalisasi	20 Menit

LIVEWORKSHEETS

a. Guru meminta satu atau dua kelompok mempresentasikan temuannya lalu merangkum bersama b. Murid melengkapi kesimpulan Kegiatan 5 tentang identitas yang dipakai untuk tiap bentuk integran	
PENUTUP	
a. Refleksi singkat "Bagian mana yang paling membingungkan? identitas apa yang paling sering kalian pakai?" b. Asesmen formatif individu (soal singkat, 10 menit) 1. $\int (sinx + cosx)^2 dx$ 2. $\int 6 \sin x \cos x \, dx$	10 Menit

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN PEMBELAJARAN 4	
KEGIATAN PEMBELAJARAN	**WAKTU**
PENDAHULUAN	
a. Guru membuka kelas dan mengulas singkat hasil asesmen formatif. b. Apersepsi "Kemarin ada dua kelompok yang jawabannya tampak berbeda tetapi sama-sama benar. Alat apa yang kita pakai untuk memastikannya?" c. Murid menjawab: "diferensiasi". d. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran dan membagi murid ke kelompok yang sama seperti pertemuan 3.	10 Menit
KEGIATAN INTI	
Fase 1: Stimulasi a. Guru menayangkan empat hasil integral tanpa menyebut mana yang benar lalu bertanya, "Menurut kalian, mana yang benar? Bagaimana cara membuktikannya?" b. Murid memilih dan mencatat alasannya.	15 menit
Fase 2: Pernyataan Masalah a. Guru mengarahkan murid merumuskan masalah, "Bagaimana membuktikan sebuah hasil integral benar, dan bagaimana menuliskan langkahnya secara sistematis?" b. Murid menuliskan rumusan masalah dan rencana pembuktian kelompok.	5 Menit
Fase 3: Pengumpulan Data a. Guru membagikan LKPD 4 dan berkeliling dengan pertanyaan penuntun seperti "Kalau $F(x)$ benar, apa yang harus terjadi pada $F'(x)$?" b. Guru menyuruh murid memulai mengerjakan kegiatan 1 (Detektif Hasil Integral), yaitu menurunkan setiap hasil dan membandingkannya dengan integran.	30 Menit
Fase 4: Pengolahan Data a. Guru memantau dan memberi petunjuk bertahap bila perlu. b. Guru menyuruh murid memulai mengerjakan kegiatan 2 (soal konteks gerak partikel), menuliskan penyelesaian dengan format lima langkah, dan membuktikannya lewat diferensiasi.	20 Menit
Fase 5: Verifikasi a. Guru mengatur pemeriksaan silang (kegiatan 3) tiap kelompok menukar lembar dengan kelompok lain, memeriksa dengan checklist dan menuliskan satu saran. b. Guru menyuruh murid memeriksa pekerjaan kelompok lain lalu memperbaiki pekerjaan sendiri berdasarkan saran. c. Guru mempersilakan dua kelompok untuk mempresentasikan penyelesaian soal konteks.	15 Menit
Fase 6: Generalisasi a. Guru memandu kelas merangkum pola kesalahan yang ditemukan dan prosedur pembuktian. b. Murid melengkapi kegiatan 4 (kesimpulan).	20 Menit
PENUTUP	
a. Refleksi singkat	20 Menit

LIVEWORKSHEETS

	"Kesalahan apa yang sering ditemukan? Apa kebiasaan yang akan kalian lakukan setelah mengintegralkan sesuatu?"	
b.	Asesmen formatif individu (soal singkat, 10 menit) Kecepatan sebuah partikel dinyatakan oleh $v(t) = \cos t - 2 \sin 2t$ meter per detik, dengan t dalam detik. Posisi awal partikel $s(0) = 3$ meter. Tentukan $s(t)$, buktikan kebenarannya dengan diferensiasi ($s'(t) = v(t)$ dan $s(0) = 3$), dan tulis langkah secara sistematis (diketahui, ditanya, penyelesaian, verifikasi, kesimpulan).	

LIVEWORKSHEETS