

Рабочий лист

Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин

1. Экстремальными задачами называют задачи на нахождение наибольших и наименьших значений. Эти задачи имеют большое значение, как для математики, так и для ее приложений.

Задача.

Для изготовления двух видов изделий А и В завод расходует в качестве сырья сталь и цветные металлы, запас которых ограничен. На изготовлении указанных изделий заняты токарные и фрезерные станки в количестве, указанном в таблице.

Затраты на одно изделие	А	В	Ресурсы
Сталь (кг)	10	70	320
Цветные металлы (кг)	20	50	420
Токарные станки (станко-ч)	300	400	6200
Фрезерные станки (станко-ч)	200	100	3400
Прибыль на одно изделие (в тыс. руб.)	3	8	

Необходимо определить план выпуска продукции, при котором будет достигнута максимальная прибыль, если время работы фрезерных станков используется полностью.

Решение.

Построим математическую модель задачи. Обозначим через x число изделий вида А, а через y – число изделий вида В.

На изготовление всей продукции уйдет () кг стали и () кг цветных металлов.

Так как запасы стали не превышают 320 кг, а цветных металлов – 420 кг, то составим неравенства

$$\text{_____} \leq 320,$$

$$\text{_____} \leq 420.$$

Время обработки всех изделий на токарных станках () ч и фрезерных () ч.

Время обработки всех изделий на токарных станках не превышает 6200 ч, а фрезерные станки используются максимально, то получим:

$$\text{_____} \leq 6200.$$

$$\text{_____} = 3400.$$

Итак, система ограничений этой задачи:

$$\begin{cases} \text{_____} \leq 320 \\ \text{_____} \leq 420 \\ \text{_____} \leq 6200 \\ \text{_____} = 3400 \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Общая прибыль фабрики может быть выражена целевой функцией, которую нужно максимизировать

$$F = 3x + 8y. \quad (2)$$

Выразим y через x из уравнения _____ = 3400 и подставим полученное выражение вместо y в неравенства и целевую функцию:

$$\begin{cases} x + 7(\quad) \leq 32 \\ \quad + 5(\quad) \leq 42 \\ \quad + 4(\quad) \leq 62 \\ y = \\ x \geq 0 \\ \quad \geq 0, \end{cases} \quad (3)$$

$$F = 3x + 8(\quad) = \quad (4)$$

Преобразуем систему ограничений (3):

$$\begin{cases} x \geq 206 \\ 8x \geq \\ x \geq 74 \\ 0 \leq x \leq \\ y = \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x \geq 15^{11/13} \\ x \geq \\ x \geq \\ 0 \leq x \leq \\ y = \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \leq x \leq \\ y = \end{cases}$$

Очевидно, что $F =$ _____ принимает наибольшее значение, если $x =$ _____, то $y =$ _____

$$F_{\text{наиб}} = \text{_____} - 13 \cdot \text{_____} = \text{_____} (\text{тыс. руб.}).$$

Итак, если выпускается _____ изделий вида А и _____ изделия вида В, то завод получает наибольшую прибыль.

2. Самостоятельная работа. Решение выполнить в тетради и ввести ответы в поле «Ответы».

№	Задание	Ответ
1	Найдите $f'(4)$, если $f(x) = (x - 5)^{14}$	
2	Найдите $y'(1)$, если $y(x) = \frac{7}{x^3}$	
3	Найдите $y'(2)$, если $y(x) = \frac{5}{(4x - 9)^3}$	
4	Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 8x^2 + 16x + 11$ на отрезке $[2, 5; 13]$	
5	Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{54 - x^2}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.	