E-LKPD

Matriks Transformasi Geometri

Translasi - Refleksi - Rotasi - Dilatasi



XI SMA

NAMA :

KELAS :

NEXT →

LIVEWORKSHEETS

A. SELAMAT DATANG DI LAUTAN NUSANTARA



Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia, dengan lebih dari 17.000 pulau yang dihubungkan oleh laut. Sejak dahulu, laut menjadi jalur perdagangan, jalur pelayaran, dan sumber penghidupan masyarakat pesisir. Dari Selat Malaka yang menjadi salah satu jalur pelayaran tersibuk di dunia, hingga perairan timur Nusantara tempat kapal pinisi berlayar, laut adalah halaman depan bangsa kita.

Kehidupan maritim itu melibatkan banyak profesi dan benda budaya: nelayan yang melaut sebelum fajar, nakhoda yang membaca peta laut, petugas pelabuhan yang mengatur kapal bersandar, penjaga mercusuar yang menjaga lampu tetap menyala, serta awak kapal yang memantau layar radar. Semuanya bekerja dengan satu bahasa yang sama, yaitu posisi dan arah.

LIVEWORKSHEETS

B. MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN MARITIM

Ternyata, laut dan matematika tidak dapat dipisahkan. Dalam kegiatan sehari-hari di pelabuhan dan di atas kapal, transformasi geometri hadir tanpa disadari. Komputer navigasi kapal, layar radar, dan peta digital menyimpan posisi kapal sebagai deretan angka berbentuk matriks, lalu menggeser, mencerminkan, memutar, dan membesarkan gambar dengan operasi matriks:

- **Pelayaran dan arus laut.** Arus dan angin menggeser kapal dari posisi semula. Perpindahan seluruh kapal sejauh dan searah yang sama adalah translasi.
- **Pelabuhan dan alur pelayaran.** Pos pantau dan pelampung sering dipasang berpasangan di kedua sisi alur. Letak yang simetris terhadap alur adalah refleksi.
- **Mercusuar dan radar.** Sorot lampu mercusuar dan sapuan radar berputar mengelilingi satu titik pusat. Itulah rotasi.
- **Peta laut dan zona perairan.** Peta laut memperkecil wilayah luas dengan skala tertentu, dan zona tangkap dapat diperluas dengan perbandingan yang sama ke segala arah. Itulah dilatasi.

Melalui E-LKPD ini, kamu akan menyatakan posisi kapal dan objek laut dalam bentuk matriks, lalu menghitung bayangannya dengan persamaan matriks transformasi untuk mengambil keputusan

LIVEWORKSHEETS

C. KOMPETENSI DAN TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah menyelesaikan E-LKPD ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Menjelaskan konsep translasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks translasi untuk memindahkan posisi suatu titik atau bangun geometri dan menentukan hasil translasi menggunakan operasi matriks.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan penerapan translasi berbasis matriks.
- Menjelaskan konsep refleksi sebagai pencerminan suatu objek menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks refleksi terhadap sumbu atau garis pencerminan tertentu dan menentukan bayangan titik atau bangun geometri hasil refleksi dengan operasi matriks.
- Menjelaskan konsep rotasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks rotasi dan menerapkan operasi matriks untuk memperoleh hasil rotasi suatu titik atau bangun geometri.
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks transformasi.
- Menjelaskan konsep dilatasi berdasarkan faktor skala dengan menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks dilatasi untuk memperbesar atau memperkecil suatu objek geometri.
- Menganalisis perubahan ukuran objek akibat transformasi dilatasi serta menerapkan operasi matriks dalam penyelesaian masalah dilatasi.
- Menjelaskan konsep komposisi beberapa transformasi geometri menggunakan matriks serta menentukan hasil gabungan transformasi melalui perkalian matriks transformasi.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan komposisi transformasi geometri.
- Menjelaskan dan menentukan transformasi geometri menggunakan koordinat Kartesius.

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK PENGGUNAAN E-LKPD



Matematika tidak hanya dipelajari melalui angka dan rumus, tetapi juga dapat ditemukan di pelabuhan, di atas kapal, dan di tepi pantai. Pada E-LKPD ini kamu akan belajar matriks transformasi geometri melalui empat aktivitas bertema maritim. Agar belajarmu lebih terarah, ikuti langkah-langkah berikut.

Langkah Pengerjaan

1. Membaca konteks maritim pada setiap aktivitas dengan seksama.
2. Menuliskan posisi awal setiap titik sebagai matriks pada bidang koordinat.
3. Memilih persamaan matriks transformasi yang sesuai dengan peristiwa di laut.
4. Menghitung matriks bayangan dengan operasi penjumlahan dan perkalian matriks, lalu menggambarkannya.
5. Menjelaskan makna jawaban yang diperoleh dan mengerjakan evaluasi formatif di akhir aktivitas.

Literasi



Numerasi



Maritim



Refleksi



LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 3 – ROTASI (PERPUTARAN)



Konteks Maritim: Mercusuar dan Radar Kapal

Mercusuar berdiri di tepi laut untuk memandu kapal pada malam hari. Lampunya berputar sehingga cahayanya menyapu seluruh perairan di sekelilingnya. Hal serupa terjadi pada radar kapal: antenanya berputar dan layarnya menampilkan objek di sekitar kapal. Gerak berputar mengelilingi satu titik pusat dengan sudut tertentu disebut rotasi.

Pada peta, mercusuar berada di M(1, 1) dan tiga kapal nelayan terdeteksi di A(3, 1), B(5, 1), dan C(3, 4) (1 satuan = 1 km). Petugas melakukan simulasi untuk memprediksi posisi ketiga kapal jika formasi diputar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat mercusuar.

Ayo Mengamati

Informasi	Kapal A	Kapal B	Kapal C
Koordinat (x, y)	...	...	...
Posisi relatif terhadap M: (x−1, y−1)	...	...	...

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 3 – ROTASI (PERPUTARAN)

Membuat Model Matriks

Rotasi dengan pusat A(a, b) dikerjakan dalam tiga tahap: (1) translasi supaya pusat berimpit dengan O, (2) rotasi dengan pusat O, (3) translasi kembali sehingga pusat berada di A(a, b). Hasilnya:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Untuk pusat M(1, 1) dan θ = 90°, nilai cos 90° = 0 dan sin 90° = 1, sehingga:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Langkah 1

Tuliskan posisi kapal sebagai matriks 2 × 3 dan kurangi dengan koordinat pusat (translasi supaya pusat ke O):

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

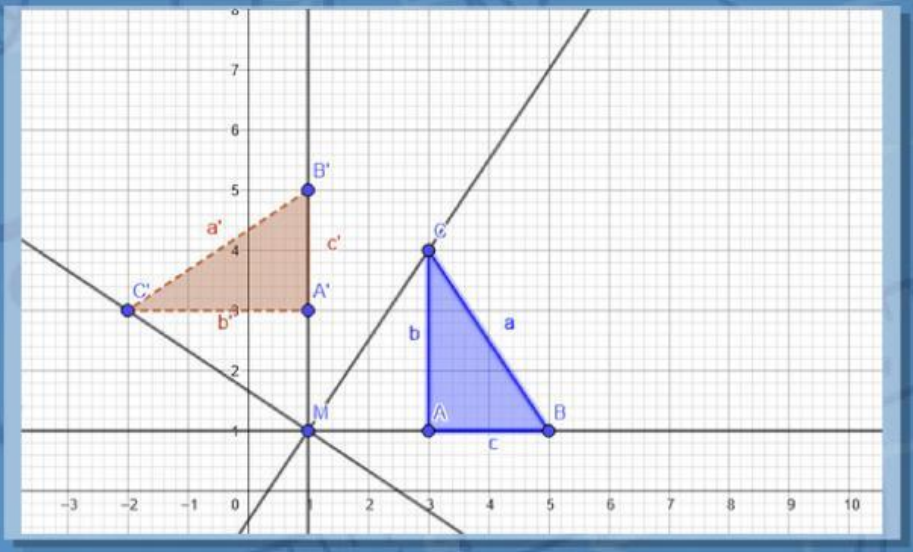
AKTIVITAS 3 – ROTASI (PERPUTARAN)

Langkah 2 Putar 90° dengan pusat O:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Langkah 3 Tambahkan kembali koordinat pusat (translasi kembali):

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$



Kesimpulan

Setelah diputar, kapal berada di A′(1, 3), B′(1, 5), dan C′(−2, 3). Jarak setiap kapal ke mercusuar tidak berubah, misalnya MA = MA′ = 2 km.

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 3 – ROTASI (PERPUTARAN)

Ayo Mencoba: Rotasi dengan Pusat O

Sebuah kapal berada di K(4, 2) pada layar radar dengan pusat O(0, 0). Lengkapi nilai cos θ, sin θ, dan bayangan K′ = R · K:

Sudut θ	$\cos\theta$	$\sin\theta$	Bayangan K'
90°			
-90°			
180°			
270°			

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 3 – ROTASI (PERPUTARAN)

Ayo Berpikir

1. Hitunglah jarak M ke C dan jarak M ke C′. Apa yang kamu temukan?

2. Dalam navigasi, kapal berbelok searah jarum jam. Jika sebuah titik diputar 90° searah jarum jam, rotasi positif (berlawanan arah jarum jam) sebesar berapa derajat yang setara? Jelaskan.

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 3

Layar Radar Kapal Patroli

Sebuah kapal patroli berada di pusat layar radar O(0, 0). Radar mendeteksi tiga kapal lain di $K_1(2, 1)$, $K_2(6, 1)$, dan $K_3(2, 4)$ (1 satuan = 1 mil laut). Layar radar kemudian diputar untuk menyesuaikan arah haluan kapal patroli. Bantulah awak kapal menentukan posisi ketiga kapal pada layar setelah diputar!

Ayo Mengamati

Informasi	Kapal K1	Kapal K2	Kapal K3
Koordinat (x, y)			
Jarak ke pusat O (mil laut)			

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 3

Membuat Model Matriks

Rotasi 90° berlawanan arah jarum jam, pusat O:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Rotasi 180°, pusat O:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Langkah 1 Putar 90° berlawanan arah jarum jam, pusat O:

$$\begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

Langkah 2 Putar 180°, pusat O:

$$\begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 3

Langkah 3

Gambarkan segitiga $K_1K_2K_3$ dan bayangannya pada rotasi 90° pada bidang koordinat di bawah ini.

Kesimpulan

Setelah diputar 90°, kapal K_1, K_2, dan K_3 tampak di (……, ……), (……, ……), dan (……, ……).

GeoGebra

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 3

Ayo Berpikir

1. Hitunglah jarak K_1 ke O dan jarak K_1' ke O. Mengapa hasilnya sama?

2. Tantangan: Kapal K(5, 2) diputar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat mercusuar N(2, -1). Tentukan K′ dengan rumus rotasi pusat (a, b). Tuliskan tiga tahapnya.

BACK

LIVEWORKSHEETS