E-LKPD

Matriks Transformasi Geometri

Translasi - Refleksi - Rotasi - Dilatasi



XI SMA

NAMA :

KELAS :

LIVEWORKSHEETS

A. SELAMAT DATANG DI LAUTAN NUSANTARA



Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia, dengan lebih dari 17.000 pulau yang dihubungkan oleh laut. Sejak dahulu, laut menjadi jalur perdagangan, jalur pelayaran, dan sumber penghidupan masyarakat pesisir. Dari Selat Malaka yang menjadi salah satu jalur pelayaran tersibuk di dunia, hingga perairan timur Nusantara tempat kapal pinisi berlayar, laut adalah halaman depan bangsa kita.

Kehidupan maritim itu melibatkan banyak profesi dan benda budaya: nelayan yang melaut sebelum fajar, nakhoda yang membaca peta laut, petugas pelabuhan yang mengatur kapal bersandar, penjaga mercusuar yang menjaga lampu tetap menyala, serta awak kapal yang memantau layar radar. Semuanya bekerja dengan satu bahasa yang sama, yaitu posisi dan arah.

LIVEWORKSHEETS

B. MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN MARITIM

Ternyata, laut dan matematika tidak dapat dipisahkan. Dalam kegiatan sehari-hari di pelabuhan dan di atas kapal, transformasi geometri hadir tanpa disadari. Komputer navigasi kapal, layar radar, dan peta digital menyimpan posisi kapal sebagai deretan angka berbentuk matriks, lalu menggeser, mencerminkan, memutar, dan membesarkan gambar dengan operasi matriks:

- **Pelayaran dan arus laut.** Arus dan angin menggeser kapal dari posisi semula. Perpindahan seluruh kapal sejauh dan searah yang sama adalah translasi.
- **Pelabuhan dan alur pelayaran.** Pos pantau dan pelampung sering dipasang berpasangan di kedua sisi alur. Letak yang simetris terhadap alur adalah refleksi.
- **Mercusuar dan radar.** Sorot lampu mercusuar dan sapuan radar berputar mengelilingi satu titik pusat. Itulah rotasi.
- **Peta laut dan zona perairan.** Peta laut memperkecil wilayah luas dengan skala tertentu, dan zona tangkap dapat diperluas dengan perbandingan yang sama ke segala arah. Itulah dilatasi.

Melalui E-LKPD ini, kamu akan menyatakan posisi kapal dan objek laut dalam bentuk matriks, lalu menghitung bayangannya dengan persamaan matriks transformasi untuk mengambil keputusan

LIVEWORKSHEETS

C. KOMPETENSI DAN TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah menyelesaikan E-LKPD ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Menjelaskan konsep translasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks translasi untuk memindahkan posisi suatu titik atau bangun geometri dan menentukan hasil translasi menggunakan operasi matriks.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan penerapan translasi berbasis matriks.
- Menjelaskan konsep refleksi sebagai pencerminan suatu objek menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks refleksi terhadap sumbu atau garis pencerminan tertentu dan menentukan bayangan titik atau bangun geometri hasil refleksi dengan operasi matriks.
- Menjelaskan konsep rotasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks rotasi dan menerapkan operasi matriks untuk memperoleh hasil rotasi suatu titik atau bangun geometri.
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks transformasi.
- Menjelaskan konsep dilatasi berdasarkan faktor skala dengan menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks dilatasi untuk memperbesar atau memperkecil suatu objek geometri.
- Menganalisis perubahan ukuran objek akibat transformasi dilatasi serta menerapkan operasi matriks dalam penyelesaian masalah dilatasi.
- Menjelaskan konsep komposisi beberapa transformasi geometri menggunakan matriks serta menentukan hasil gabungan transformasi melalui perkalian matriks transformasi.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan komposisi transformasi geometri.
- Menjelaskan dan menentukan transformasi geometri menggunakan koordinat Kartesius.

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK PENGGUNAAN E-LKPD



Matematika tidak hanya dipelajari melalui angka dan rumus, tetapi juga dapat ditemukan di pelabuhan, di atas kapal, dan di tepi pantai. Pada E-LKPD ini kamu akan belajar matriks transformasi geometri melalui empat aktivitas bertema maritim. Agar belajarmu lebih terarah, ikuti langkah-langkah berikut.

Langkah Pengerjaan

1. Membaca konteks maritim pada setiap aktivitas dengan seksama.
2. Menuliskan posisi awal setiap titik sebagai matriks pada bidang koordinat.
3. Memilih persamaan matriks transformasi yang sesuai dengan peristiwa di laut.
4. Menghitung matriks bayangan dengan operasi penjumlahan dan perkalian matriks, lalu menggambarkannya.
5. Menjelaskan makna jawaban yang diperoleh dan mengerjakan evaluasi formatif di akhir aktivitas.

Literasi



Numerasi



Maritim



Refleksi



LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 4 – DILATASI (PERBESARAN DAN PERKECILAN



Konteks Maritim: Peta Laut dan Zona Tangkap Ikan

Peta laut menggambarkan perairan yang sangat luas dalam ukuran kecil. Karena itu setiap peta memiliki skala, yaitu perbandingan antara jarak di peta dan jarak sebenarnya. Ketika suatu wilayah diperbesar atau diperkecil dengan perbandingan yang sama ke segala arah dari satu titik pusat, kita sedang melakukan dilatasi.

Zona tangkap ikan nelayan tradisional berbentuk segitiga ABC dengan A(1, 1), B(3, 1), dan C(2, 3) pada peta dengan skala 1 satuan = 5 km. Titik O(0, 0) adalah dermaga. Dinas perikanan merencanakan memperluas zona tersebut melalui dilatasi dengan pusat dermaga O dan faktor skala k = 2

Ayo Mengamati

Informasi	Titik A	Titik B	Titik C
Koordinat (x, y)	...	...	...
Pusat dilatasi dan faktor skala	Pusat ..., k = ...	Pusat ..., k = ...	Pusat ..., k = ...

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 4 – DILATASI (PERBESARAN DAN PERKECILAN

Membuat Model Matriks

Dilatasi dengan pusat O(0, 0) dan faktor skala k mempunyai matriks dilatasi berbentuk diagonal. Dengan k = 2:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Langkah 1

Tuliskan posisi ketiga titik sebagai matriks 2 × 3, lalu kalikan dengan matriks dilatasi:

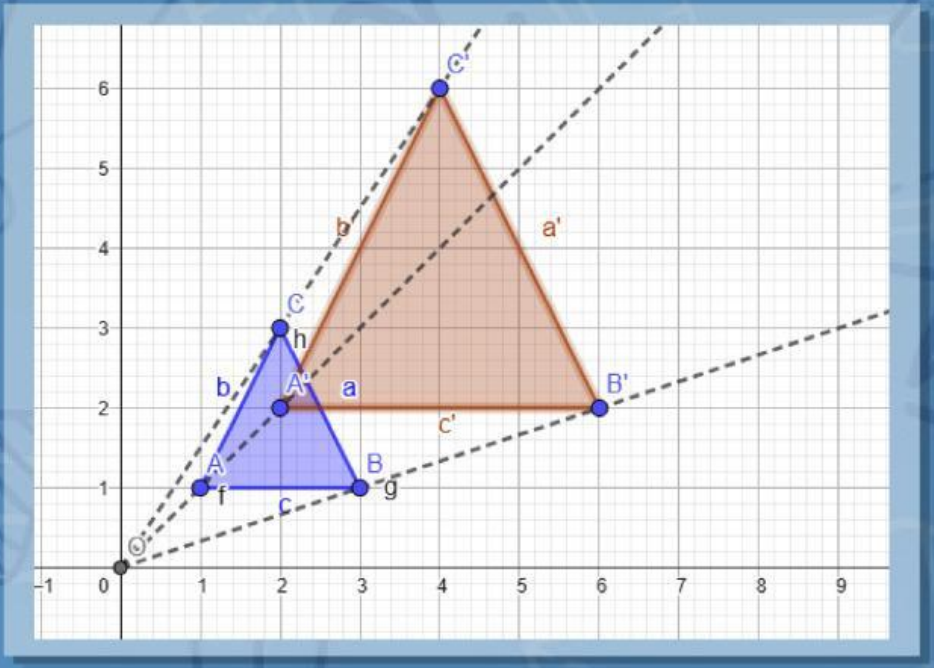
$$\begin{pmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 4 – DILATASI (PERBESARAN DAN PERKECILAN

Langkah 2

Gambarkan kedua segitiga dan tarik garis dari O melalui setiap titik. Bayangan selalu terletak pada garis tersebut.



Langkah 3

Bandingkan ukuran zona sebelum dan sesudah dilatasi:

Besaran	Zona awal ABC	Zona hasil A'B'C'
Panjang alas (satuan)	AB=2	A'B'=4
Pusat dilatasi dan faktor skala	10 km	20 km
Luas (satuan^2)	½ × 2 × 2 = 2	½ × 4 × 4 = 8
Luas sebenarnya (km^2)	50 km^2	200 km^2

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 4 – DILATASI (PERBESARAN DAN PERKECILAN

Ayo Mencoba 1: Faktor Skala yang Berbeda

Dengan titik A(1, 1), B(3, 1), dan C(2, 3) serta pusat O, hitung bayangannya:

Faktor skala k	Matriks dilatasi	A'	B'	C'
½	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	...	...	...
−1	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	...	...	...
−2	$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$	...	...	...

Ayo Mencoba 2: Dilatasi dengan Pusat Sembarang

Dilatasi pusat A(a, b) dikerjakan dalam tiga tahap, seperti rotasi dengan pusat sembarang:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Leftrightarrow P'(k(x-a)+a,\ k(y-b)+b)$$

Contoh: titik P(1, 2) didilatasi dengan pusat pelampung M(-1, -1) dan k = 2.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan P adalah P′(3, 5).

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 4 – DILATASI (PERBESARAN DAN PERKECILAN

Ayo Berpikir

1. Apa yang terjadi pada letak bayangan jika faktor skala k bernilai negatif?

2. Jika zona diperluas dengan k = 3, luasnya menjadi berapa kali semula? Jelaskan.

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 4

Perluasan Kawasan Labuh Pelabuhan

Kawasan labuh kapal di sebuah pelabuhan pada peta berbentuk segitiga PQR dengan P(1, 2), Q(3, 2), dan R(1, 4). Skala peta adalah 1 satuan = 2 mil laut, dan titik O(0, 0) adalah menara pengawas pelabuhan. Karena jumlah kapal meningkat, otoritas pelabuhan akan memperluas kawasan labuh dengan dilatasi pusat O. Bantulah mereka merencanakannya! (1 mil laut = 1,852 km)

Ayo Mengamati

Informasi	Titik P	Titik Q	Titik R
Koordinat (x, y)			
Kuadran tempat titik berada			

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 4

Membuat Model Matriks

Dilatasi pusat O, faktor k=2

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dilatasi pusat O, faktor k=-1

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Langkah 1 Dilatasi pusat O, k = 2:

$$\begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

Langkah 2 Dilatasi pusat O, k = -1:

$$\begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 4

Langkah 3

Gambarkan PQR, P′Q′R′ (pensil merah), dan P″Q″R″ (pensil hijau). Tarik garis dari O melalui setiap titik.

Langkah 4

Hitung ukuran sebenarnya kawasan labuh sebelum dan sesudah dilatasi dengan k = 2:

Besaran	Kawasan awal PQR	Kawasan hasil P'Q'R'
Panjang PQ (mil laut)	...	...
Luas (mil laut²)	...	...

Kesimpulan

Setelah diperluas, kawasan labuh berada di P′(……, ……), Q′(……, ……), dan R′(……, ……), dengan luas …… kali luas semula.

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 4

Ayo Berpikir

1. Mengapa bayangan dengan k = -1 berada di seberang pusat O dan bukan di sisi yang sama dengan PQR?

2. Tantangan: Titik E(3, 4) didilatasi ke bayangannya E'(7, 8) dengan faktor skala 3 dan pusat P(a, b). Tentukan koordinat pusat P. Gunakan rumus dilatasi pusat (a, b).

LIVEWORKSHEETS