



LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Integral Tentu melalui Pendekatan Jumlah Riemann



RISE • Riemann Integral
Student Exploration

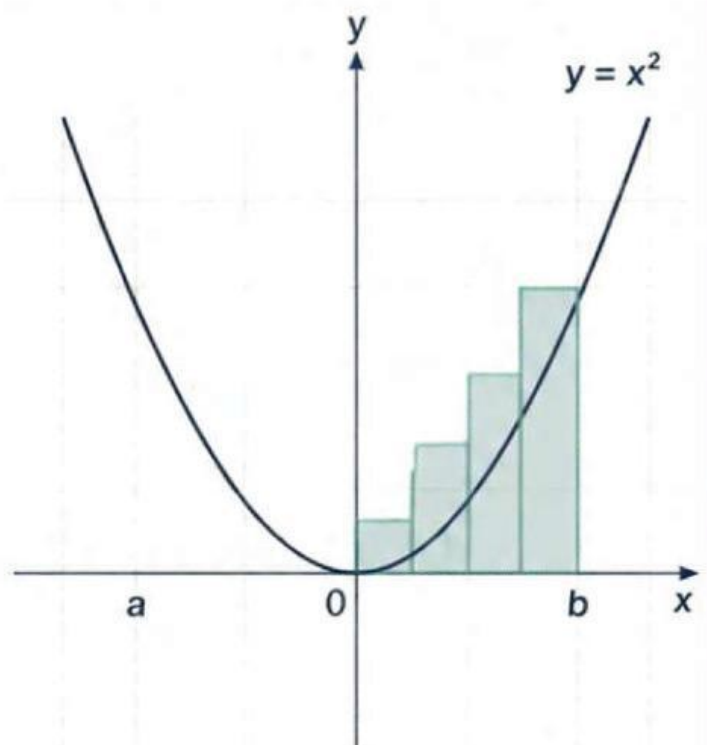


Sasaran:
Kelas XII SMA



Media pendukung:
GeoGebra

RISE (Riemann Integral Student Exploration) merupakan media pembelajaran interaktif yang memadukan e-LKPD dan GeoGebra untuk membantu peserta didik memahami konsep integral melalui eksplorasi luas daerah di bawah kurva.



Aktivitas utama:
Eksplorasi dan penemuan konsep

1 Identitas Peserta Didik

Nama lengkap _____

Kelas _____

Kelompok _____

Sekolah _____

2 Capaian Pembelajaran

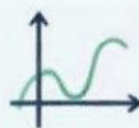
Memahami laju perubahan dan laju perubahan rata-rata, serta laju perubahan sesaat sebagai konsep kunci derivatif (turunan), baik secara geometris maupun aljabar; menentukan turunan dari fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri, dan menerapkan derivatif untuk membuat sketsa kurva, menghitung gradien dan menentukan persamaan garis singgung, menentukan kecepatan sesaat dan menyelesaikan soal optimasi; memahami integral, baik sebagai proses yang merupakan kebalikan dari derivatif dan juga sebagai cara menghitung luas; serta memahami teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif dan integral.

3 Tujuan Pembelajaran

1. Mengeksplorasi dan menentukan pendekatan luas daerah di bawah kurva menggunakan penjumlahan luas persegi panjang serta menganalisis pengaruh banyaknya partisi terhadap ketepatan pendekatan tersebut.
2. Menjelaskan hubungan antara jumlah Riemann dan integral tentu serta menggunakan integral tentu untuk menentukan luas daerah di bawah kurva pada interval tertentu.

4 Petunjuk Penggunaan

1. Amati masalah dan grafik yang disajikan.
2. Gunakan GeoGebra sesuai instruksi eksplorasi.
3. Catat hasil pengamatan dan tuliskan alasanmu pada ruang jawaban.
4. Diskusikan temuanmu dan buat kesimpulan.



Media pendukung:

GeoGebra



Pendahuluan

Integral merupakan kebalikan dari proses derivatif. Luas daerah di bawah kurva tidak dapat dihitung langsung dengan rumus geometri sederhana. Karena itu, daerah di bawah kurva dapat diperkirakan dengan membaginya menjadi bangun-bangun sederhana.



Eksplorasi



Orientasi Masalah

Perhatikan grafik fungsi

$$f(x) = y = x^2, 0 \leq x \leq 2$$

Kita ingin mengetahui luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$, sumbu- x , garis $x = 0$ dan garis $x = 2$

Masalahnya, daerah tersebut tidak berbentuk persegi panjang atau segitiga sehingga luasnya tidak dapat ditentukan secara langsung menggunakan rumus luas bangun datar sederhana.



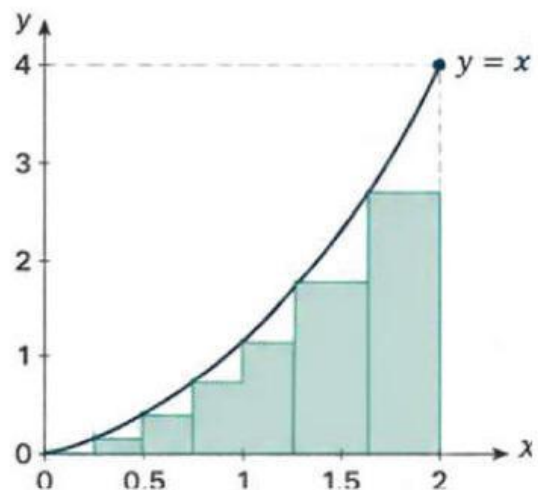
Bagaimana cara kita memperkirakan luas daerah tersebut?



Eksplorasi dengan GeoGebra

Buka konstruksi GeoGebra pada media RISE. Gunakan fitur yang tersedia untuk mengubah jumlah persegi panjang dalam mendekati luas daerah di bawah kurva. Amati perubahan yang terjadi ketika jumlah persegi panjang bertambah atau berkurang. Coba gunakan:

- 1 2 persegi panjang
- 2 4 persegi panjang
- 3 8 persegi panjang
- 4 16 persegi panjang



Apa yang akan terjadi?



Aktivitas Pengamatan

Banyak persegi panjang (n)	Lebar setiap persegi panjang	Perkiraan Luas
2		
4		
8		
16		
32		

Pertanyaan

1. Apa yang terjadi pada lebar masing-masing persegi panjang ketika jumlah persegi panjang diperbanyak?

2. Bagaimana perubahan nilai pendekatan luas ketika jumlah persegi panjang diperbanyak?

3. Pada penggunaan 2 atau 4 persegi panjang, apakah masih terdapat bagian daerah di bawah kurva yang tidak tertutupi dengan baik?

4. Apa yang terjadi pada bagian yang tidak tertutupi ketika jumlah persegi panjang semakin banyak?



AKTIVITAS 2 – Menemukan Gagasan Jumlah Riemann

Sekarang perhatikan kembali persegi panjang yang digunakan untuk mendekati luas daerah.

Jika terdapat n persegi panjang, maka luas daerah dapat didekati dengan menjumlahkan luas setiap persegi panjang:

$$L \approx L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$$

Setiap persegi panjang memiliki luas:

$$L_i = f(x_i)\Delta x$$

Sehingga pendekatan luas dapat dituliskan:

$$L \approx \sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x$$

Bentuk penjumlahan tersebut disebut **jumlah Riemann**.



- Berdasarkan tabel, apa hubungan antara jumlah persegi panjang dan ketepatan pendekatan luas?

AKTIVITAS 2 LANJUTAN

- 5 Berdasarkan eksplorasi sebelumnya, apa hubungan antara jumlah persegi panjang dan ketepatan pendekatan luas?
- 6 Apa yang terjadi terhadap Δx ketika jumlah partisi n semakin besar?
- 7 Menurutmu, apa yang terjadi jika jumlah persegi panjang terus diperbanyak hingga sangat banyak?

AKTIVITAS 3 KONSEP: MENUJU INTEGRAL TENTU

Dari aktivitas sebelumnya, kita mengetahui bahwa jumlah Riemann dapat digunakan untuk mendekati luas daerah. Ketika jumlah partisi diperbesar dan lebar setiap partisi semakin kecil, pendekatan tersebut semakin mendekati luas sebenarnya. Gagasan tersebut berkaitan dengan integral tentu.

RUMUS INTEGRAL TENTU

$$\int_a^b f(x) dx$$

CONTOH

$$\int_0^2 x^2 dx$$

- 8 Berdasarkan aktivitas yang telah dilakukan, mengapa integral tentu dapat digunakan untuk menentukan luas daerah di bawah kurva?
- 9 Apa hubungan antara jumlah Riemann dengan integral tentu?
- 10 Jelaskan dengan kata-katamu sendiri bagaimana proses dari 'menjumlahkan luas persegi panjang' dapat mengarah pada konsep integral tentu.

AKTIVITAS 4 LATIHAN TERARAH

Sekarang gunakan pemahaman yang telah kamu peroleh untuk menentukan luas daerah: $y = x^2, 0 \leq x \leq 2$

Diketahui:

Ditanyakan:

- 11 Apakah hasil integral sama atau mendekati hasil pendekatan menggunakan jumlah Riemann?
- 12 Mengapa hasil pendekatan jumlah Riemann dapat berbeda dari hasil integral?

AKTIVITAS 5

Mari Menyimpulkan & Refleksi

Rangkuman



Mari Menyimpulkan

Lengkapi kesimpulan berikut berdasarkan hasil eksplorasimu.

- Luas daerah di bawah kurva dapat didekati dengan cara _____.
- Pendekatan tersebut dilakukan dengan membagi daerah menjadi _____.
- Jika jumlah partisi semakin banyak, ukuran setiap persegi panjang menjadi semakin _____ dan hasil pendekatan luas menjadi semakin _____.
- Penjumlahan luas persegi panjang tersebut disebut _____.
- Integral tentu dapat digunakan untuk menentukan _____ daerah di bawah kurva dan berkaitan dengan jumlah Riemann melalui proses _____.



Refleksi Pembelajaran

1. Konsep apa yang paling kamu pahami setelah menyelesaikan LKPD ini?

2. Strategi apa yang kamu gunakan untuk memperkirakan luas daerah di bawah kurva?

3. Bagian atau langkah mana yang masih terasa sulit? Jelaskan.

4. Bagaimana konsep integral tentu dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari atau bidang lain?



Saya memahami hubungan jumlah Riemann dan integral tentu:

☐

sangat baik

☐

cukup baik

☐

masih perlu belajar.

Catatan guru