E-MODUL INTERAKTIF

PROGRAM LINEAR

DENGAN KONTEKS MODERASI BERAGAMA

MATA KULIAH: PROGRAM LINEAR

Penulis:
Dr. Michrun Nisa Ramli, M.PMat
Fadhia Aliva Wibowo, M.Pd
Sapriya Utami, M.Pd



LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN PEMBELAJARAN III

- Tujuan Pembelajaran:
  1. Mahasiswa mampu menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel menggunakan metode operasi baris elementer
  2. Mahasiswa mampu menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel menggunakan metode operasi baris elementer
- Pendekatan: Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)
- Model Pembelajaran: Problem Based Learning berorientasi PMRI
- Alokasi Waktu: 1 pertemuan (2 x 50 menit)

A. PENDAHULUAN

APERSEPSI DAN ORIENTASI

Pada kegiatan pembelajaran II, anda telah mempelajari langkah-langkah membuat model matematika dari masalah kontekstual. Model matematika yang dikonstruksi pada kegiatan pembelajaran II memuat sistem pertidaksamaan linear, cara menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear telah dipelajari pada jenjang sekolah menengah. Sistem pertidaksamaan linear dapat diselesaikan dengan mengubahnya terlebih dahulu menjadi sistem persamaan linear.

Pada mata kuliah Aljabar linear telah dipelajari Langkah-langkah menentukan Solusi sistem persamaan linear dua variabel menggunakan operasi baris elementer, pada kegiatan pembelajaran III ini, kita akan menyelesaikan masalah kontekstual dengan membuat model matematikanya dan menentukan solusi menggunakan operasi baris elementer.

LIVEWORKSHEETS

B. KEGIATAN INTI

Memahami Masalah Kontekstual

Deskripsi Kasus I:

Dalam rangka memperingati Hari Amal Bakti, sebuah forum kerukunan umat beragama menyalurkan 120 paket sembako untuk dua komunitas yang membutuhkan. Harga satu paket tipe A adalah Rp. 50.000 dan tipe B adalah Rp. 60.000. Jika total biaya yang dikeluarkan adalah Rp. 6.500.000, berapakah jumlah paket tipe A dan tipe B yang disalurkan?

Menjelaskan Masalah Kontekstual

Dari deskripsi masalah kontekstual Hari Amal Bakti (HAB), identifikasilah variabel Keputusan apa yang akan dibuat dan apa tujuan/sasaran masalah tersebut, kemudian buatlah model matematikanya serta tentukan solusinya.

Menyelesaikan Masalah Kontekstual

Silakan anda berdiskusi dengan kelompok anda atau kerjakan secara mandiri agar dapat mengidentifikasi apa saja sumber daya terbatas (kendala) yang tersedia dan apa sasaran utama kegiatan HAB ini.

LIVEWORKSHEETS

Isilah tabel berikut ini:

Komponen	Paket Tipe A	Paket Tipe B	Kapasitas
Harga	50.000	...	...
Penyaluran	...	1	...

Setelah tabel terisi dan benar, mari kita buat model matematikanya:

Misalkan variabel keputusan disebut sebagai x dan y dengan Paket Tipe A sebagai x dan Paket Tipe B sebagai y.

Jawablah pertanyaan berikut ini:

1. Sistem persamaan linear yang terbentuk adalah: Pilih Jawaban
2. Model Matematika Sistem Persamaan Linear yang terbentuk adalah:
3. Selesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi gabung substitusi yang sudah anda kenal, berapakah jumlah Paket Tipe A yang disalurkan?
4. Selesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi gabung substitusi yang sudah anda kenal, berapakah jumlah Paket Tipe B yang disalurkan?

LIVEWORKSHEETS

Sistem persamaan linear yang diperoleh dari masalah kontekstual HAB ini adalah:

$$x + y = 120$$

$$50.000x + 60.000y = 6.500.000 \text{ atau } 5x + 6y = 650$$

Mari kita buat Matriks diperbesar agar dapat menyelesaikan sistem persamaan linear ini menggunakan operasi baris elementer.

Matriks diperbesar adalah tabel ringkas yang hanya menyimpan koefisien angka tanpa perlu terus menerus menuliskan variabel x dan y.
Dari model matematika yang sudah diperoleh, kita mendapatkan matriks diperbesar sebagai berikut: $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 120 \\ 5 & 6 & 650 \end{array}\right]$

Tujuan operasi baris elementer adalah mengubah bentuk matriks diperbesar menjadi matriks identitas, sehingga bentuk matriks $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 120 \\ 5 & 6 & 650 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & y \end{array}\right]$

Ayo perlahan kita lakukan operasi aljabar:

1. Operasi aljabar pertama menghasilkan: $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 120 \\ 0 & 1 & \ldots \end{array}\right]$
2. Operasi aljabar kedua menghasilkan: $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \ldots \\ 0 & 1 & 50 \end{array}\right]$

Sehingga diperoleh nilai variabel x adalah ... dan nilai varabel y adalah ...

LIVEWORKSHEETS

Selanjutnya lakukan hal yang sama pada masalah kontekstual berikut ini:

Deskripsi Kasus II:

Dalam program Penghijauan Rumah Ibadah, Forum Kerukunan Umat Beragama menanam 60 bibit pohon di area sekitar kompleks tempat ibadah. Bibit tersebut terdiri dari pohon Mangga (x), Mahoni (y), dan Ketapang (z). Informasi pengadaan bibit adalah sebagai berikut:

1. Total bibit yang ditanam adalah 60 batang.
2. Jumlah bibit Mahoni (y) adalah dua kali lipat dari jumlah bibit Mangga (x).
3. Harga satu bibit Mangga adalah Rp. 20.000, Mahoni Rp. 15.000, dan Ketapang Rp. 25.000. Total dana yang dikeluarkan untuk seluruh bibit adalah Rp. 1.150.000.

silakan anda berdiskusi dengan kelompok anda atau kerjakan secara mandiri agar dapat mengidentifikasi apa saja sumber daya terbatas (kendala) yang tersedia dan apa sasaran utama kegiatan penghijauan ini.

Isilah tabel berikut ini:

Komponen	Pohon Mangga (x)	Pohon Mahoni (y)	Pohon Ketapang (z)	Kapasitas
Bibit	1	.....	1	60
Hubungan Mahoni dan Mangga	-2	1	.....	0
Harga	.....	15.000	.....	.....

LIVEWORKSHEETS

Setelah tabel terisi dan benar, mari kita buat model matematikanya:

Misalkan variabel keputusan disebut sebagai x, y dan z dengan Pohon Mangga sebagai x dan Pohon Mahoni sebagai y, serta Pohon Ketapang sebagai z.

Jawablah pertanyaan berikut ini:

1. Sistem persamaan linear yang terbentuk adalah: Pilih Jawaban
2. Model Matematika Sistem Persamaan Linear yang terbentuk adalah:
3. Selesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi gabung substitusi yang sudah anda kenal, berapakah jumlah Pohon Mangga yang ditanam?
4. Selesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi gabung substitusi yang sudah anda kenal, berapakah jumlah Pohon Mahoni yang ditanam?
5. Selesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi gabung substitusi yang sudah anda kenal, berapakah jumlah Pohon Ketapang yang ditanam?

Sistem persamaan linear yang diperoleh dari masalah kontekstual kegiatan penghijauan ini adalah:

$$x + y + z = 60$$
$$-2x + y = 0$$
$$20.000x + 15.000y + 25.000z = 1.150.000 \text{ atau } 4x + 3y + 5z = 230$$

Mari kita buat Matriks diperbesar agar dapat menyelesaikan sistem persamaan linear ini menggunakan operasi baris elementer.

Matriks diperbesar adalah tabel ringkas yang hanya menyimpan koefisien angka tanpa perlu terus menerus menuliskan variabel x,y dan z.

LIVEWORKSHEETS

Dari model matematika yang sudah diperoleh, kita mendapatkan matriks diperbesar sebagai berikut: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 5 & 230 \end{array}\right]$

Tujuan operasi baris elementer adalah mengubah bentuk matriks diperbesar menjadi matriks identitas, sehingga bentuk matriks $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 5 & 230 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \end{array}\right]$

Ayo kita lakukan operasi aljabar untuk mengubah matriks diperbesar menjadi matriks diperbesar:

1. Operasi aljabar pertama menghasilkan $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & 3 & 2 & \boxed{\ldots} \\ 4 & 3 & 5 & 230 \end{array}\right]$
2. Operasi aljabar kedua menghasilkan $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & 3 & 2 & 120 \\ 0 & -1 & 1 & \boxed{\ldots} \end{array}\right]$
3. Operasi aljabar ketiga menghasilkan $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & \boxed{\ldots} \\ 0 & 3 & 2 & 120 \\ 0 & -1 & 1 & -10 \end{array}\right]$
4. Operasi aljabar keempat menghasilkan $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 70 \\ 0 & 5 & 0 & \boxed{\ldots} \\ 0 & -1 & 1 & -10 \end{array}\right]$
5. Operasi aljabar kelima menghasilkan $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \boxed{\ldots} & 0 & 70 \\ 0 & 2 & 0 & 28 \\ 0 & -1 & 1 & -10 \end{array}\right]$
6. Operasi aljabar keenam menghasilkan $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \boxed{\ldots} \\ 0 & 1 & 0 & 28 \\ 0 & -1 & 1 & -10 \end{array}\right]$
7. Operasi aljabar ketujuh menghasilkan $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 28 \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{\ldots} \end{array}\right]$

Sehingga diperoleh nilai variabel x adalah 14, nilai variabel y adalah ☐ dan nilai variabel z adalah ☐

Membandingkan dan Mendiskusikan Jawaban

Setelah mengerjakan aktivitas mengubah matriks diperbesar menjadi matriks identitas, silakan presentasikan hasil pekerjaan anda dengan menguraikan apa saja operasi aljabar yang dilakukan pada setiap langkah.

LIVEWORKSHEETS

Menyimpulkan

1. Ubah bentuk sistem persamaan linear menjadi bentuk matriks diperbesar, yaitu matriks yang hanya berisi koefisien berupa angka tanpa perlu terus menerus menuliskan variabel.
2. Gunakan garis putus-putus untuk memisahkan koefisien variabel dengan hasil konstanta di sebelah kanan.
3. Lakukan operasi alabar diantara ketiga operasi berikut:

- Menukar posisi baris pertama dengan baris lainnya jika diperlukan, dapat disimbolkan sebagai $R_1 \rightarrow R_2$ (dibaca: Elemen baris pertama ditukar menjadi elemen baris kedua)
- Kali baris dengan angka bukan nol agar angka yang dikalikan dapat dirubah menjadi angka 1, dapat disimbolkan sebagai $R_1 \rightarrow nR_1$ (setiap elemen baris pertama dikalikan dengan n agar ada angka yang berubah menjadi angka 1)
- Jumlahkan baris dengan kelipatan baris lain untuk membuat suatu angka menjadi nol, dapat disimbolkan sebagai $R_1 \rightarrow R_1 + nR_2$ (setiap elemen pada baris pertama ditambahkan dengan n kali elemen pada baris kedua yang bersesuaian, agar ada angka nol yang dihasilkan)

4. Membaca hasil, jika hasil operasi baris elementer ini telah dilakukan dan matriks diperbesar telah berubah menjadi matriks identitas, maka penyelesaian telah diperoleh, yaitu angka yang terletak pada kolom paling akhir.

C. KEGIATAN PENUTUP

REFLEKSI DAN EVALUASI

Anda telah melakukan langkah demi langkah untuk menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear menggunakan operasi baris elementer, kemampuan ini akan banyak dipergunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah program linear yang diberikan pada Modul ini.

LIVEWORKSHEETS

Setelah mengikuti Kegiatan Pembelajaran III, jawablah pertanyaan berikut sebagai refleksi diri:

1. Dari 3 aturan OBE, aturan manakah yang paling membutuhkan ketelitian anda ?
2. Manakah langkah yang paling sering terjadi kesalahan, pada saat membuat angka 1 utama atau angka 0 ?
3. Apa keunggulan dan tantangan menggunakan Matriks Diperbesar & OBE dibandingkan metode eliminasi-substitusi biasa yang sudah Anda kenal sebelumnya?

EVALUASI KEGIATAN PEMBELAJARAN III

Tentukan Himpunan Penyelesaian Sistem Persamaan Linear berikut ini dengan menggunakan Operasi baris Elementer, dengan melengkapi bentuk matriks yang disajikan.

1. $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$

a. Matriks diperbesar dari sitem persamaan linear tersebut adalah: $\begin{bmatrix} 2 & \dots & 8 \\ 1 & -4 & \dots \end{bmatrix}$

b. Lakukan operasi baris elementer $R_1 \rightarrow R_2$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & -4 & -7 \\ \dots & \dots & 8 \end{bmatrix}$

c. Lakukan operasi baris elementer $R_1 \rightarrow R_2 - 2R_1$ pada matriks hasil yang diperoleh dari pertanyaan 1.b tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & -4 & -7 \\ \dots & 11 & \dots \end{bmatrix}$

d. Lakukan operasi baris elementer $R_2 \rightarrow \frac{1}{11}R_2$ pada matriks hasil yang diperoleh dari pertanyaan 1.c tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & -4 & -7 \\ 0 & 1 & \dots \end{bmatrix}$

e. Lakukan operasi baris elementer $R_1 \rightarrow R_1 - 4R_2$ pada matriks hasil yang diperoleh dari pertanyaan 1.d, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots \end{bmatrix}$

f. Himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tersebut adalah:

Pilih Jawaban

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI
KEGIATAN PEMBELAJARAN III

2. $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x+y+2z=11 \\ x+y+z=6 \end{cases}$

a. Matriks diperbesar dari sistem persamaan linear tersebut adalah: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & 1 \\ 2 & \cdots & 2 & 11 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots \end{bmatrix}$

b. Lakukan operasi baris elementer $R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & \cdots & \cdots \\ 1 & \cdots & 1 & 6 \end{bmatrix}$

c. Lakukan operasi baris elementer $R_3 \rightarrow R_3 - R_1$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & \cdots & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 4 & 9 \\ 0 & -1 & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$

d. Lakukan operasi baris elementer $R_1 \rightarrow R_1 + 2R_3$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 3 & \cdots \\ 0 & -3 & 4 & 9 \\ 0 & -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

e. Lakukan operasi baris elementer $R_2 \rightarrow R_2 - 4R_3$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 11 \\ \cdots & 1 & -4 & \cdots \\ 0 & -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

f. Lakukan operasi baris elementer $R_3 \rightarrow R_3 + R_2$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 11 \\ 0 & 1 & -4 & -11 \\ 0 & \cdots & -2 & \cdots \end{bmatrix}$

g. Lakukan operasi baris elementer $R_3 \rightarrow -\frac{1}{2}R_3$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 11 \\ 0 & 1 & -4 & -11 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$

h. Lakukan operasi baris elementer $R_1 \rightarrow R_1 - 3R_3$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & -4 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

i. Lakukan operasi baris elementer $R_2 \rightarrow R_2 + 4R_3$ pada matriks diperbesar tersebut, hasilnya adalah: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

j. Himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tersebut adalah:

Pilih Jawaban

LIVEWORKSHEETS