

Expresiones algebraicas enteras

A

Polinomios de variable x



Lo que necesitamos conocer

Un **polinomio** es una expresión algebraica entera cuyos términos o monomios tienen un **coeficiente** y la **variable x** elevada a algún **exponente** que determina su **grado**.

$$P(x) = \underbrace{3x^2}_{\text{grado 2}} + \underbrace{4x}_{\text{grado 1}} - \underbrace{7x^3}_{\text{grado 3}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}} - \underbrace{2x^5}_{\text{grado 5}}$$

Dos términos con el mismo grado son **semejantes**. Un polinomio **reducido** es aquel que no tiene más de un término con el mismo grado. Cuando se hace referencia a un polinomio, es siempre al reducido.

$$Q(x) = -7x^2 - 3x + 8 + 4x^2 - x + 1 = \underbrace{-3x^2 - 4x + 9}_{\text{polinomio reducido}}$$

En un polinomio reducido:

- el **grado** lo determina el término de mayor grado.
- el **coeficiente principal** es el coeficiente del término de mayor grado.
- el **término independiente** es el término de grado 0.
- según la cantidad de términos, se denomina **monomio** si tiene uno solo; **binomio**, si tiene dos; **trinomio**, si tiene tres; y **cuatrinomio**, si tiene **cuatro**. Los demás se nombran como polinomio de grado 5, 6, 7, respectivamente.

$Q(x)$ es un **trinomio** de grado 2, cuyo coeficiente principal es -2 ; y su término independiente, 9.

Un polinomio está:

- normalizado**, si su coeficiente principal es 1.
- ordenado**, si sus términos están ordenados de manera creciente o decreciente respecto al valor de los exponentes de la variable.
- completo**, si tiene todas las potencias decrecientes del grado. Para completarlo, se agregan los términos con las potencias que faltan con coeficiente 0.

$$T(x) = -5x^3 - 6 + 2x + 4x^5 = \underbrace{4x^5 - 5x^3 + 2x - 6}_{\text{ordenado}} = \underbrace{4x^5 + 0x^4 - 5x^3 + 0x^2 + 2x - 6}_{\text{completo}}$$

El **valor numérico** de un polinomio es el resultado de reemplazar x por un **número real**.

$$x = 3 \text{ en } N(x) = 2x^2 - 8x + 9 \Rightarrow N(3) = 2 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 + 9 = 18 - 24 + 9 = 3$$

$$x = -2 \text{ en } S(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x \Rightarrow S(-2) = 4(-2)^3 + 5(-2)^2 - 3(-2) = -32 + 20 + 6 = -6$$

Para seguir avanzando

Completen y ordenen cada polinomio.

a. $-4x + 7 - 5x^3 =$

c. $5x^3 + x - 3x^5 =$

b. $3 - x^4 + 6x =$

d. $1 - x^6 + 4x^2 =$

ACTIVIDADES

A 1

Escriban un polinomio que cumpla con cada una de las condiciones.

a. Binomio de grado 4 con coeficiente principal -3 y término independiente 0 .

b. Trinomio completo y normalizado con término independiente -5 .

c. Completo de grado 5 con coeficiente principal 6 y término independiente 7 .

A 2

Escriban el polinomio reducido y ordenado.

a. $P(x) = 3x^2 + 5x^4 - 2 - 5x^4 - 7x^2 + 9 \rightarrow P(x) =$

b. $Q(x) = 6x - x^5 + x^3 - 4 - x^5 - x^3 - x \rightarrow Q(x) =$

c. $R(x) = -5x - x^3 - 2x^4 + 2x + 2x^4 + 3x \rightarrow R(x) =$

d. $S(x) = 9x^2 - 6x^3 + 2x + x^3 - 3 - 2x^6 - 9x^2 \rightarrow S(x) =$

e. **Completen** la tabla referida a los polinomios anteriores.

Polinomio	Nombre	Grado	Coeficiente principal	Término independiente
$P(x)$				
$Q(x)$				
$R(x)$				
$S(x)$				



Prueben su ingenio

Hallen, si existen, el o los valores de **a** que verifiquen que **$P(a) = 0$** .

a. $P(x) = x^2 - 9$

b. $P(x) = x^3 + 8$

c. $P(x) = x(x + 5)$

d. $P(x) = x^4 + 1$

e. $P(x) = (x - 2)^2 - 25$

A 3

Calculen el valor numérico de cada polinomio.

a. $N(x) = 3x^2 + 5x + 8 \rightarrow N(-1) =$

b. $M(x) = -x^3 - 4x - 2x^2 \rightarrow M(-2) =$



Una vuelta más

A 4

Se enciende una pava eléctrica que tiene agua a temperatura ambiente y se apaga cuando hierve (100°C). La temperatura **t** que alcanza el agua, después de **x** minutos de que se haya encendido la pava, es **$t(x) = -3,2x^2 + 32x + 20$** .

Completen la tabla con la temperatura del agua a medida que trascurren los minutos.

Minutos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura											

a. ¿A qué temperatura estaba el agua al encender la pava?

b. ¿Cuánto tarda en hervir?

c. ¿Cuánto tiempo después de que se haya apagado vuelve a estar a temperatura ambiente?

B

sumar, restar y multiplicar polinomios



Lo que necesitamos conocer

Suma y resta

Para sumar o restar polinomios, se suman o restan sus términos semejantes.

$$\text{Sea } P(x) = -6x + 4x^3 - 3x^2 + 1 \wedge Q(x) = 5x^2 - 9 + 2x + x^3$$

$$\begin{aligned} P(x) + Q(x) &= \underbrace{-6x + 4x^3 - 3x^2 + 1}_{P(x)} + \underbrace{5x^2 - 9 + 2x + x^3}_{Q(x)} \\ &= 4x^3 + x^3 - 3x^2 + 5x^2 - 6x + 2x + 1 - 9 \\ &= 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x) - P(x) &= \underbrace{5x^2 - 9 + 2x + x^3}_{P(x)} - \underbrace{(-6x + 4x^3 - 3x^2 + 1)}_{Q(x)} \\ &= 5x^2 - 9 + 2x + x^3 + 6x - 4x^3 + 3x^2 - 1 \\ &= x^3 - 4x^3 + 5x^2 + 3x^2 + 2x + 6x - 9 - 1 \\ &= -3x^3 + 8x^2 + 8x - 10 \end{aligned}$$

Multiplicación

- Para multiplicar monomios, se deben multiplicar los coeficientes y aplicar la propiedad del producto de dos potencias de igual base:

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$2x^2 \cdot 5x^4 = 10x^6$$

$$-4x^3 \cdot 8x^5 = -32x^8$$

$$-3x^2 \cdot 4x^4 \cdot (-2x) = 24x^7$$

- Para multiplicar dos polinomios, se debe aplicar la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned} 3x^3 \cdot (2x^2 - 4x - 5x^3 + 2) &= \underbrace{3x^3 \cdot 2x^2}_{6x^5} + \underbrace{3x^3 \cdot (-4x)}_{-12x^4} + \underbrace{3x^3 \cdot (-5x^3)}_{-15x^6} + \underbrace{3x^3 \cdot 2}_{4x^3} \\ &= -15x^6 + 6x^5 - 12x^4 + 4x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4x - 3x^2)(-x^2 + 2x) &= \underbrace{4x \cdot (-x^2)}_{-4x^3} + \underbrace{4x \cdot 2x}_{8x^2} - \underbrace{3x^2 \cdot (-x^2)}_{+3x^4} - \underbrace{3x^2 \cdot 2x}_{-6x^3} \\ &= -4x^3 + 8x^2 + 3x^4 - 6x^3 \\ &= 3x^4 - 10x^3 + 8x^2 \end{aligned}$$

Para seguir avanzando

Piensen y respondan.

- Si se suman dos polinomios de grado 4, ¿el resultado es siempre un polinomio de grado 4?
- Si a un polinomio de grado 5 se le resta un polinomio de grado 3, ¿cuál es el grado del resultado?
- ¿Cuál es el grado del polinomio que resulta de multiplicar a otros dos?

ACTIVIDADES

B 1

Traduzcan al lenguaje simbólico y **hallen** el polinomio que resulta de cada expresión.

a. La suma entre el anterior del triple de un número y el doble de su siguiente.

b. La diferencia entre el cuadrado del anterior de un número y el producto del número con su siguiente.

c. El producto entre el siguiente del cuadrado de un número y el anterior de su cuadrado.

B 2

Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = -3x^4 - 2x + x^2 - 6$$

$$Q(x) = 8x - 4x^2 + x^4 - 5x^3$$

$$S(x) = 3x^2 - 2 - 7x^4 + 5x^3$$

Planteen y resuelvan.

a. $P(x) + Q(x) =$

c. $Q(x) - P(x) + S(x) =$

b. $S(x) - P(x) =$

d. $P(x) - [Q(x) + S(x)] =$

B 3

Resuelvan la siguiente suma algebraica.

$$3 - 2x^3 + 5x - (2x^2 - 4x) - 4(-2x^3 + x - 5 - 3x^2) - 2(x + 7 - 4x^2) =$$



Una **vueltas** más

B 4

Sea $R(x) = ax^2 + 2x^3 - b + 3x$ y $S(x) = -cx + 6 + dx^3 - 5x^2$.

Calculen el valor de **a**, **b**, **c** y **d** para que $R(x) - S(x) = 3x^3 - 9x^2 - 2x$.

B 5

Resuelvan aplicando propiedades.

a. $-3x^7 \cdot 4x^2 =$

b. $5x \cdot x \cdot 2x^4 =$

c. $4x^4 \cdot (-6x) \cdot x^2 =$

d. $-x^3 \cdot (-9x^4) \cdot (-2x^5) =$

B 6

Resuelvan las siguientes multiplicaciones.

a. $-3x^2 \cdot (-2x + 4x^3 + 7x^5) =$

e. $(2x^2 - 5x)(-x + 3) =$

b. $(4x^4 - 5x + 6x^6)(-2x^2) =$

f. $(-x^3 - x^2)(x^2 - x) =$

c. $\frac{1}{3}x^3 \cdot (12x^2 + 9x^4 - 21x^6) =$

g. $(3x - 2x^3 - x^2)(-x^2 + 3x) =$

d. $(-x^6 + x^5 - 7x^7)(-x^4) =$

h. $(5x - 3 - x^2)(2x^3 - x^4 - x^2) =$

B 7

Hallen el polinomio producto entre

a. el doble del anterior y el triple del siguiente de un número.

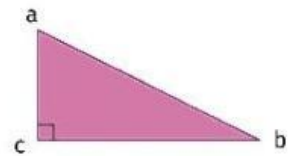
b. el siguiente del cuadrado de un número y el triple de su anterior.

ACTIVIDADES

B 8

Hallen el polinomio que expresa la superficie del triángulo.

$$\begin{cases} \overline{ac} = 3x^2 + 5x \\ \overline{bc} = 4x^2 - 6x - 2 \end{cases}$$



B 9

Coloquen V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

a. $(x - 1) \cdot x - x = 0$

☐

d. $(x + 1) \cdot (x + 1) = x^2 + 1$

☐

b. $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$

☐

e. $x(1 - x) - x + x^2 = 0$

☐

c. $x^2 - x(x - 1) = x$

☐

f. $(1 - x) \cdot (-x) + x = x^2$

☐

Desarrollen correctamente las operaciones que son falsas.

B 10

Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $(-x^2 + x)(x + 5) - 5x =$

d. $-4x^5 - 3x^3 \cdot (x - x^2) + 3x^4 =$

b. $x^2 \cdot (1 + x) - x(x^2 - 2) =$

e. $6x^2 + (-3x + x^2) \cdot 2x + x^3 =$

c. $(3x + 1)(3x - 1) - 7x^2 + 6 =$

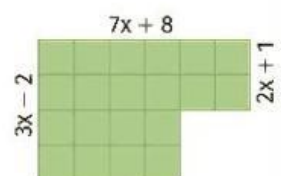
f. $x^3 \cdot (x - x^2) - (1 - x) \cdot x^4 =$



Una **u**uelta más

B 11

Hallen el polinomio que expresa la superficie de la figura.





Lo que necesitamos **conocer**

Para calcular la potencia de un monomio, se debe tener en cuenta dos propiedades de la potenciación.

► Propiedad distributiva: $(ax)^n = a^n \cdot x^n$

► Potencia de otra potencia: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

$$(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 = 8x^3$$

$$(x^2)^4 = x^{2 \cdot 4} = x^8$$

$$(-7x^3)^2 = (-7)^2 \cdot (x^3)^2 = 49x^6$$

Cuadrado de un binomio

$$\underbrace{(a+b)^2}_{\text{cuadrado de un binomio}} = (a+b)(a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = \underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{\text{trinomio cuadrado perfecto}}$$

Al elevar al cuadrado un binomio, se obtiene un **trinomio cuadrado perfecto**.

$$(x^2 - 5x)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot (-5x) + (-5x)^2 = x^4 - 10x^3 + 25x^2$$

Cubo de un binomio

$$\begin{aligned} \underbrace{(a+b)^3}_{\text{cubo de un binomio}} &= (a+b)^2 \cdot (a+b) \\ &= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) \\ &= a^2 \cdot a + a^2 \cdot b + 2ab \cdot a + 2ab \cdot b + b^2 \cdot a + b^2 \cdot b \\ &= a^3 + a^2 \cdot b + 2a^2 \cdot b + 2b^2 \cdot a + b^2 \cdot a + b^3 \\ &= \underbrace{a^3 + 3a^2 \cdot b + 3b^2 \cdot a + b^3}_{\text{cuatrinomio cubo perfecto}} \end{aligned}$$

Al elevar al cubo un binomio, se obtiene un **cuatrinomio cubo perfecto**.

$$\begin{aligned} (3x - 2)^3 &= (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3x \cdot (-2)^2 + (-2)^3 \\ &= 3^3 \cdot x^3 + 3 \cdot 9x^2 \cdot (-2) + 9x \cdot 4 + (-8) \\ &= 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 \end{aligned}$$

Para seguir **avanzando**

Resuelvan las siguientes potencias.

a. $(-2x)^3 =$

b. $(-4x^2)^2 =$

c. $(3x^3)^4 =$

d. $(x+2)^2 =$

e. $(x+1)^3 =$

f. $(x-3)^2 =$

g. $(x-2)^3 =$

ACTIVIDADES

C 1

Desarrollen las siguientes potencias.

a. $(3x - x^2)^2 =$

b. $(2x - 3)^3 =$

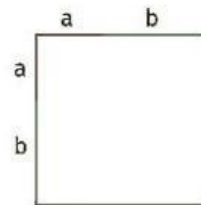
c. $(x^3 + 2x^2)^2 =$

d. $(x^2 + 3x)^3 =$



Prueben su ingenio

Muestren en el cuadrado que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



C 2

Completen los siguientes trinomios cuadrados perfectos.

a. $9x^2 + \boxed{} + 16$

b. $36x^4 - 24x^3 + \boxed{}$

c. $\boxed{} + 10x^5 + 25x^6$

C 3

Completen los siguientes cuatrinomios cubos perfectos.

a. $x^3 + \boxed{} + \boxed{} + 27$

b. $8x^3 + 60x^2 + \boxed{} + \boxed{}$

c. $\boxed{} + 108x^4 + \boxed{} + 64$



Prueben su ingenio

Decidan, sin resolver, por qué las siguientes afirmaciones son correctas.

a. $(a - b)^2 = (b - a)^2$

b. $(-a - b)^2 = (a + b)^2$

C 4

Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $(x^2 - 4x)^2 - (3x^3 - 5x^2)(2 - x) =$

b. $-6x(x^2 - 2x) - (x + 2)^3 + 7x^3 =$

c. $(x^3 - x^2)^2 + (x^4 - 2x^5)(x - 2) =$

d. $4x^4(3x - 5) - (3x - 2)(2x^2 - x)^2 =$

e. $(x^3 - 3x^2)^3 - x^9 - 8x^7(3x - 1) =$

D

División de polinomios



Lo que necesitamos conocer

➔ Para dividir dos monomios, se deben dividir los coeficientes y la propiedad: $x^n : x^m = x^{n-m}$

$$-20x^3 : (4x) = -5x^2$$

$$-35x^5 : (-5x^2) = 7x^3$$

➔ Para dividir un polinomio por un monomio, se debe aplicar la propiedad distributiva.

$$(3x^7 - 12x^5 + 9x^4 - 6x^3) : (3x^3) = x^4 - 4x^2 + 3x - 2$$

$$(12x^4 - 16x^6 + 32x^3 - 4x^2) : (-4x^2) = -3x^2 + 4x^4 - 8x + 1$$

➔ Para dividir dos polinomios, se debe cumplir que

- el grado del dividendo debe ser mayor o igual que el del divisor.
- el dividendo debe estar completo y ordenado de manera decreciente.
- el divisor debe estar ordenado.

$$\begin{array}{rcl} \text{dividendo} & \rightarrow & P(x) \\ \text{resto} & \rightarrow & R(x) \end{array} \quad \begin{array}{rcl} D(x) & \leftarrow & \text{divisor} \\ C(x) & \leftarrow & \text{cociente} \end{array}$$

$$P(x) = D(x) \cdot C(x) + R(x)$$

Calcular $A(x) : B(x)$

$$\{ A(x) = -2x + 3x^4 + 4 - 25x^2 \rightarrow \text{dividendo}$$

$$\{ B(x) = -3x + x^2 \rightarrow \text{divisor}$$

Completar y ordenar el dividendo $\rightarrow 3x^4 + 0x^3 - 25x^2 - 2x + 4$

Ordenar el divisor $\rightarrow x^2 - 3x$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 0x^3 - 25x^2 - 2x + 4 \quad \overline{) \quad x^2 - 3x} \\ 3x^2(x^2 - 3x) \rightarrow \underline{3x^4 - 9x^3} \\ 9x^3 - 25x^2 - 2x + 4 \\ 9x(x^2 - 3x) \rightarrow \underline{9x^3 - 27x^2} \\ 2x^2 - 2x + 4 \\ 2(x^2 - 3x) \rightarrow \underline{2x^2 - 6x} \\ 4x + 4 \\ \hline \text{resto} \end{array} \quad \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 3x^2 + 9x + 2 \end{array} \right\} \text{cociente} \\ \downarrow \\ 3x^4 : x^2 \\ \downarrow \\ 9x^3 : x^2 \\ \downarrow \\ 2x^2 : x^2 \end{array}$$

El cociente es $3x^2 + 9x + 2$ y el resto es $4x + 4$.

ACTIVIDADES

D 1

Resuelvan las siguientes divisiones.

a. $-24x^7 : 8x^4 =$ _____ b. $30x^5 : (-6x) =$ _____ c. $-42x^9 : (-7x^5) =$ _____

d. $(-10x^6 + 4x^3 - 18x^2) : 2x^2 =$ _____

e. $(20x^7 - 5x^4 - 45x^6) : (-5x^4) =$ _____

D 2

Hallen el cociente y el resto de las siguientes divisiones.

a. $(x^2 + 4x + 5) : (3 + x)$ _____ c. $(-5x - 4x^2 + x^4 + 2x^3) : (2 - x^2)$ _____

b. $(1 + 3x^3 - 8x) : (x^2 + 2x)$ _____

d. $(-2x^3 + 1 + x^5 + 4x^2) : (x - 1 + x^2)$ _____

D 3

Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $(12x^6 + 8x^4 - 20x^5) : (-4x^4) - (2x + 3)(4 - 3x) =$ _____

b. $(x^2 + 2 - 3x) : (x - 2) + (20x^5 - 15x^6) : (-5x^5) =$ _____

c. $(x^2 - 1) \cdot (3x - 4 + x^2) : (x + 1) - (x + 2)(x - 2) =$ _____

E

Regla de Ruffini. Teorema del resto



Lo que necesitamos conocer

Regla de Ruffini

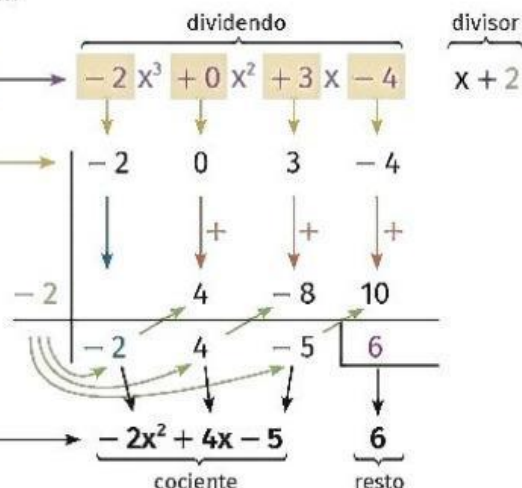
Es un método práctico que se utiliza para dividir un polinomio por otro de la forma $x + a$. Resolver $(3x - 2x^3 + 4) : (x + 2)$ aplicando la regla de Ruffini.

El polinomio dividendo debe estar completo y ordenado

Se escriben alineados los coeficientes del dividendo

El coeficiente principal se "baja" sin modificarlo; luego, se lo **multiplica** por el opuesto del término independiente del divisor y se **suma** con el segundo coeficiente; y así sucesivamente, hasta llegar al **resto**. Los números obtenidos son los coeficientes del cociente.

El cociente es un grado menor que el dividendo



$$(x^2 - 7) : (x - 3)$$

$$\text{Dividendo} \rightarrow x^2 + 0x - 7$$

	1	0	-7
3		3	9
	1	3	2

$$\text{Cociente} \rightarrow x + 3$$

$$\text{Resto} \rightarrow 2$$

$$(5x^2 - x^5 - 2x^3 + 20x) : (x + 1)$$

$$\text{Dividendo} \rightarrow -x^5 + 0x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 20x + 0$$

	-1	0	-2	5	20	0
-1		1	-1	3	-8	-12
	-1	1	-3	8	12	-12

$$\text{Cociente} \rightarrow -x^4 + x^3 - 3x^2 + 8x + 12$$

$$\text{Resto} \rightarrow -12$$

Teorema del resto

El **resto** de la división de un polinomio por otro de la forma $x + a$ es el valor numérico del polinomio para $x = -a$.

$$P(x) : (x + a) \rightarrow \text{El resto de la división es } P(-a).$$

En los ejemplos de las divisiones anteriores:

$$(x^2 - 7) : (x - 3) \rightarrow 3^2 - 7 = 9 - 7 = 2$$

$$(5x^2 - x^5 - 2x^3 + 20x) : (x + 1) \rightarrow 5(-1)^2 - (-1)^5 - 2(-1)^3 + 20(-1) = 5 + 1 + 2 - 20 = -12$$

Cuando el resto de $P(x) : Q(x)$ es **0**, la división es **exacta** y significa que $P(x)$ es **divisible** por $Q(x)$.

$$R(x) = (x^2 - 5x + 6) \wedge S(x) = (x - 3) \rightarrow \text{El resto de } R(x) : S(x) \text{ es } R(3).$$

$$R(5) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0 \rightarrow R(x) \text{ es divisible por } S(x).$$

Para seguir avanzando

Hallen el valor de **a** para que $(x^2 + 6x + a)$ sea divisible por $(x + 2)$.

ACTIVIDADES

E 1

Resuelvan cada regla y escriban el dividendo, el divisor, el cociente y el resto.

a. Dividendo: _____

Divisor: _____

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -11 & 3 & 14 \\ 5 & & & & \end{array}$$

Cociente: _____

Resto: _____

b. Dividendo: _____

Divisor: _____

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -1 & -6 & -5 & 10 & -8 \\ -4 & & & & & \end{array}$$

Cociente: _____

Resto: _____

E 2

Resuelvan aplicando la regla de Ruffini y escriban el cociente y el resto.

a. $(2x^3 - x^2 - 13x - 6) : (x - 3)$

c. $(-3x^3 + x^5 + x) : (x + 2)$

Cociente: _____

Resto: _____

b. $(2x^2 - x^4 - 8 - 5x) : (x - 2)$

Cociente: _____

Resto: _____

d. $(x^4 + 40 - 37x^2) : (x + 6)$

Cociente: _____

Resto: _____

Cociente: _____

Resto: _____

**E 3**

Resuelvan aplicando la regla de Ruffini y **verifiquen** por el teorema del resto.

a. $(7x - x^3 - 9 + 2x^2) : (x - 3)$

b. $(6 - 7x - x^3 - x^2 - 4x^4) : (x + 2)$

E 4

Calculen el resto de las siguientes divisiones.

a. $(-3x^2 - 7x - 5) : (x + 2)$

c. $(9 - 5x + 6x^5 + 2x^3) : (x + 1)$

b. $(x^3 - 5x^2 + 8x + 1) : (x - 3)$

d. $(-x^3 + 12x + 2x^2 + 7) : (x - 5)$

E 5

Hallen el o los valores de **a** que cumplan con cada condición.

a. $P(x)$ sea divisible por $Q(x)$.

$$\begin{cases} P(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 6 \\ Q(x) = x + 2 \end{cases}$$

c. $P(x)$ sea divisible por $Q(x)$.

$$\begin{cases} P(x) = x^2 + 10x + 25 \\ Q(x) = x + a \end{cases}$$

b. El resto de $P(x) : Q(x)$ sea 2.

$$\begin{cases} P(x) = 2x^3 - ax^2 - 3x - 7 \\ Q(x) = x - 3 \end{cases}$$

d. $P(x)$ sea divisible por $Q(x)$.

$$\begin{cases} P(x) = x^2 + 2x - 15 \\ Q(x) = x + a \end{cases}$$

ACTIVIDADES

E 6

Calculen y coloquen una ✓ en el o los binomios por los que son divisibles $P(x)$.

a. $P(x) = 3x^2 - 48 \rightarrow x + 2$ ☐ $x - 4$ ☐ $x + 5$ ☐ $x + 4$ ☐ $x - 6$ ☐

b. $P(x) = x^2 + 4x - 12 \rightarrow x - 2$ ☐ $x + 1$ ☐ $x + 2$ ☐ $x + 6$ ☐ $x - 3$ ☐

c. $P(x) = 2x^3 + 54 \rightarrow x - 1$ ☐ $x + 3$ ☐ $x + 1$ ☐ $x - 9$ ☐ $x + 2$ ☐

d. $P(x) = 2x^2 - 6x - 8 \rightarrow x - 2$ ☐ $x + 2$ ☐ $x + 1$ ☐ $x + 3$ ☐ $x - 4$ ☐

E 7

Resuelvan cada cálculo combinado.

a. $10x + (3x^3 - 13x^2 + 2x + 8) : (3x + 2) - (x + 4)(x - 2) - 9 =$

b. $x^3 - (x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 7x - 2) : (x + 2) + (2x - 1)^2 =$

c. $(x^4 - x^2 + x + 1) : (x + 1) - (x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 8) : (x^2 - 2) =$

Repasar lo aprendido

1. a. Reduzcan, ordenen y completen la expresión $-6x + x^5 - 5x^3 - 4x^5 + 8 + x^3 - x$.

b. Escriban el grado, el coeficiente principal y el término independiente.

2. Hallen el valor de **a** para que cada polinomio cumpla con la condición.

a. El coeficiente principal sea $-2 \rightarrow P(x) = 4x^2 - 7x + 3x^2 + 5 + ax^2$

b. Sea un trinomio $\rightarrow Q(x) = ax^4 - 2x^3 + 7x + 1 + 6x^4$

c. Tenga grado 2 $\rightarrow R(x) = x^3 - 9 - 2x^3 + 2x^2 - ax^3$

3. Calculen el valor de **b** que cumpla con cada condición.

a. $M(x) = 8 - 3x^2 + bx \wedge M(-2) = 20$

b. $N(x) = bx^3 + 4x^2 - 6x \wedge N(-3) = 0$

4. Coloquen **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a. $x \cdot (-x + 1) = x - x^2$

☐

d. $(-x - 1)^2 = -x^2 - 2x - 1$

☐

b. $(-x - 1)(x + 1) = -(x + 1)^2$

☐

e. $x^5 - 2x^4 = -x^4(2 - x)$

☐

c. $(x^2 + 2)(x + 2) = (x + 2)^3$

☐

f. $(x^2 + 1)^2 = x^4 + x^2 + 1$

☐

5. Desarrollen las siguientes potencias.

a. $(2x^2 + 3)^2 =$

b. $(x^3 - 5)^2 =$

c. $(3x + 4)^3 =$

d. $(x^2 - 2x)^3 =$

6. Completen los casilleros vacíos.

a. $(x + \boxed{})^2 = \boxed{} + 49 + \boxed{}$

b. $(\boxed{} + \boxed{})^2 = 9x^4 + 36 + \boxed{}$

c. $(x + \boxed{})^3 = \boxed{} + 48x + \boxed{} + \boxed{}$

7. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $6(x - x^2) + 3x^2 \cdot 4x - (3x)^2 - 12x^3 =$

d. $3x^4(2x - 1)(1 + 2x) - (3x^3 - x)^2 =$

b. $(2x - 3)(7x^2 - x) - 6x^2(-5 + 3x) =$

e. $x^3 + (2x - 1)^3 - x(4x - 3)^2 + 5 =$

c. $(-3x^2 + 4x - 6)(2x + 5) + 2x(3x^2 - 4) =$

f. $(x^2 + x)^2 - (x^2 - 2) \cdot (3x^2 - 5x + 1) =$

8. Escriban el polinomio que resulta de cada expresión.

a. La suma entre el doble del cuadrado del anterior de un número y el cuadrado de su siguiente.

b. La diferencia entre el producto de dos números consecutivos y el cuadrado de su suma.