

Lembar Kerja Murid

LKM Matematika

Lingkaran Satuan dan
Fungsi Trigonometri





Petunjuk Pengerjaan LKM :

- Bacalah LKM ini dengan saksama sebelum mulai mengerjakan.
- Kerjakan LKM ini secara mandiri
- Ikuti tahapan pengerjaan sesuai urutan model DL. Jangan melompati tahapan.
- Diskusikan setiap pertanyaan bersama anggota kelompok sebelum menuliskan jawaban akhir.
- Gunakan alat tulis, Penggaris, Busur derajat, Jangka, dan pensil warna (jika ada).
- Tuliskan jawaban pada kolom/kotak yang telah disediakan dengan tulisan yang rapi dan jelas.
- Jika mengalami kesulitan, bertanyalah kepada guru sebelum bertanya kepada kelompok lain.
- Setiap kelompok akan mempresentasikan hasil kerja pada tahap Share di akhir pembelajaran.

Nama :

Kelas :

Fase 1

STIMULATION (PEMBERIAN RANGSANGAN)



Sebuah bianglala di taman hiburan berputar penuh pada porosnya. Setiap kursi bianglala berada pada jarak yang sama dari titik pusat (poros) roda, yaitu sepanjang jari-jari roda. Anggap jari-jari bianglala tersebut dinormalisasi (diskalakan) menjadi 1 satuan, dan posisi kursi mula-mula tepat berada di sebelah kanan poros (searah sumbu-X positif).

Ketika bianglala berputar, sebuah kursi akan berpindah posisi mengelilingi poros dan membentuk sudut tertentu (θ) yang diukur dari posisi awal.

Menurut dugaan awal, apakah posisi (koordinat x dan y) kursi bianglala berhubungan dengan sudut putarannya? Jelaskan dugaan awal kamu.

Fase 2 PROBLEM STATEMENT (IDENTIFIKASI MASALAH)

Berdasarkan stimulasi di atas, rumuskan pertanyaan-pertanyaan (rumusan masalah) yang perlu dijawab melalui penyelidikan. Lengkapi rumusan masalah berikut:

1. Bagaimana cara menentukan koordinat (x, y) suatu titik pada lingkaran yang berjari-jari 1 (lingkaran satuan), jika diketahui besar sudut θ yang dibentuk terhadap sumbu-X positif?

2. Apa hubungan antara koordinat (x, y) tersebut dengan nilai $\sin \theta$, $\cos \theta$, dan $\tan \theta$?

3. Mengapa nilai sinus, cosinus, dan tangen dapat bernilai positif pada satu kuadran dan negatif pada kuadran lainnya?

Fase 3 DATA COLLECTION (PENGUMPULAN DATA)

Kegiatan 1: Menggambar dan Mengukur Lingkaran Satuan

Ikuti langkah-langkah berikut menggunakan kertas berpetak, jangka, penggaris, dan busur derajat:

1. Buatlah sistem koordinat Kartesius pada kertas berpetak. Tetapkan skala 1 satuan = 5 cm.
2. Gunakan jangka untuk menggambar lingkaran berpusat di titik $O(0, 0)$ dengan jari-jari 1 satuan (5 cm). Lingkaran ini disebut lingkaran satuan.
3. Tandai titik $A(1, 0)$ sebagai titik awal (sudut $\theta = 0^\circ$), yaitu titik potong lingkaran dengan sumbu-X positif.
4. Gunakan busur derajat berpusat di titik O untuk mengukur dan menandai sudut θ sebesar $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ$, dan 360° , diukur berlawanan arah jarum jam mulai dari titik A .
5. Tariklah garis dari titik pusat O ke setiap titik hasil pengukuran pada lingkaran, lalu tarik garis bantu tegak lurus ke sumbu X dan sumbu Y dari setiap titik tersebut untuk membaca koordinatnya.
6. Bacalah dan catat koordinat (x, y) setiap titik menggunakan penggaris, kemudian tuliskan hasil pengukuranmu pada Tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1. Hasil Pengukuran Koordinat Titik pada Lingkaran Satuan

No	Sudut	x	y	Koordinat
1	0°			
2	30°			
3	45°			
4	60°			
5	90°			
6	120°			

Fase 3**DATA COLLECTION (PENGUMPULAN DATA)****Tabel 1. Hasil Pengukuran Koordinat Titik pada Lingkaran Satuan**

No	Sudut	x	y	Koordinat
7	135°			
8	150°			
9	180°			
10	210°			
11	225°			
12	240°			
13	270°			
14	300°			
15	315°			
16	330°			
17	360°			

Fase 4 DATA PROCESSING (PENGOLAHAN DATA)

Kegiatan 2: Menghubungkan Koordinat dengan Nilai Trigonometri

Perhatikan kembali segitiga siku-siku yang terbentuk oleh:

- (1) garis dari pusat O ke titik pada lingkaran (sebagai sisi miring/hipotenusa dengan panjang 1),
- (2) proyeksi titik tersebut ke sumbu-X (sebagai sisi datar), dan
- (3) proyeksi titik tersebut ke sumbu-Y (sebagai sisi tegak).

Ingat kembali definisi sin, cos, tan pada segitiga siku-siku:

$$\sin \theta = (\text{sisi depan}) / (\text{sisi miring})$$

$$\cos \theta = (\text{sisi samping}) / (\text{sisi miring})$$

$$\tan \theta = (\text{sisi depan}) / (\text{sisi samping})$$

Karena pada lingkaran satuan panjang sisi miring (jari-jari) = 1, maka:

$\sin \theta = y / 1 = y \rightarrow \sin \theta$ sama dengan koordinat-y titik pada lingkaran satuan

$\cos \theta = x / 1 = x \rightarrow \cos \theta$ sama dengan koordinat-x titik pada lingkaran satuan

$\tan \theta = y / x = \sin \theta / \cos \theta$ (dengan syarat $x \neq 0$)

Gunakan hubungan ini serta segitiga siku-siku istimewa (30° - 60° - 90° dan 45° - 45° - 90°) untuk melengkapi Tabel 2 dengan nilai eksak (bentuk akar), lalu ubah ke bentuk desimal (2 angka di belakang koma) menggunakan kalkulator untuk membandingkan dengan hasil pengukuranmu pada Tabel 1.

Tabel 2. Nilai Eksak Fungsi Trigonometri pada Sudut Istimewa

No	Sudut	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
1	0°			
2	30°			
3	45°			
4	60°			
5	90°			
6	180°			
7	270°			
8	360°			

Tabel 3. Tanda Nilai Fungsi Trigonometri Berdasarkan Kuadran

Berdasarkan tanda koordinat x dan y pada setiap kuadran (ingat kembali sifat sumbu Kartesius), lengkapi tabel berikut dengan tanda (+) atau (-):

Kuadran	Rentang Sudut	Tanda x	Tanda y	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
I	$0^\circ < \theta < 90^\circ$					
II	$90^\circ < \theta < 180^\circ$					
III	$180^\circ < \theta < 270^\circ$					
IV	$270^\circ < \theta < 360^\circ$					



"Olahlah data hasil pengamatan/perhitungan nilai fungsi trigonometri di atas untuk menentukan pola atau hubungan yang terbentuk."

Fase 5 VERIFICATION (PEMBUKTIAN)

Kegiatan 3: Membuktikan Hasil Temuan

1. Bandingkan hasil pengukuran koordinat pada Tabel 1 dengan nilai eksak/desimal pada Tabel 2. Apakah hasilnya mendekati sama? Jika terdapat perbedaan, menurut kamu apa penyebabnya?

2. Gunakan kalkulator untuk menghitung $\sin \theta$ dan $\cos \theta$ pada $\theta = 30^\circ, 150^\circ, 210^\circ$, dan 330° . Bandingkan hasilnya dengan Tabel 3, apakah tanda (+/-) yang di isi sudah sesuai dengan hasil kalkulator?

3. Buktikan hubungan $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ untuk $\theta = 45^\circ$ menggunakan nilai pada Tabel 2, kemudian jelaskan mengapa hubungan ini berlaku untuk θ berapa pun (Petunjuk: hubungkan dengan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ dan nilai $r = 1$ pada lingkaran satuan).

4. Sebuah kursi bianglala berada pada sudut 210° dari posisi awal. Tanpa mengukur langsung, tentukan tanda koordinat (x, y) kursi tersebut dan jelaskan di kuadran mana kursi itu berada.

Fase 6 GENERALIZATION (MENARIK KESIMPULAN)

Berdasarkan seluruh kegiatan yang telah kalian lakukan, lengkapi kesimpulan berikut :

Lingkaran satuan adalah lingkaran dengan jari-jari satuan yang berpusat di titik Untuk setiap titik P pada lingkaran satuan yang membentuk sudut θ terhadap sumbu-X positif (diukur berlawanan arah jarum jam), berlaku:

$\cos \theta = \dots\dots\dots$ $\sin \theta = \dots\dots\dots$ $\tan \theta = \dots\dots\dots$ (dengan syarat)

Tanda nilai $\sin \theta$, $\cos \theta$, dan $\tan \theta$ bergantung pada letak tempat titik P berada. Pada kuadran I semua bernilai, pada kuadran II hanya yang bernilai positif, pada kuadran III hanya yang bernilai positif, dan pada kuadran IV hanya yang bernilai positif.

"Berdasarkan hasil pengolahan data yang telah di lakukan, tuliskan kesimpulan mengenai pola/hubungan nilai fungsi trigonometri yang ditemukan."

