



DERET GEOMETRI TAK HINGGA

Belajar Matematika dari Pola Perkalian
Warisan Budaya Bangsa

CANDI JAWI

PASURUAN - JAWA TIMUR



Menggali Pola
dan Struktur



Memahami Konsep
Deret Geometri Tak Hingga



Melatih Berpikir
Kritis

“ Dari Candi Jawi,
kita temukan pola,
kita pahami makna,
kita kuasai matematika. ”

Contoh Deret Geometri Tak Hingga

Pola ukuran kaki Candi Jawi

$$160 \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} 120 \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} 90 \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} 67,5 \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} 50,625 \rightarrow \dots$$

$$\text{Rasio } (r) = \frac{3}{4} \quad | \quad a = 160$$

Rumus Jumlah Deret Geometri Tak Hingga:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}, \text{ untuk } |r| < 1$$

a = suku pertama | r = rasio | S_{∞} = jumlah tak hingga



Untuk
SMK/MAK
Kelas X
Fase E



KONTEKSTUAL
Berbasis budaya lokal
Candi Jawi



BERMAKNA
Materi terhubung
dengan kehidupan nyata



BERPIKIR KRITIS
Melatih analisis, evaluasi,
dan refleksi



KOLABORATIF
Aktivitas kelompok
dan diskusi

Nama :

Kelas :

Tanggal :

RINGKASAN MATERI



C. Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri tak hingga merupakan penjumlahan suku-suku pada suatu barisan geometri yang memiliki jumlah suku tidak terbatas. Deret geometri tak hingga memiliki jumlah yang bernilai tertentu apabila memenuhi syarat $0 < r < 1$.

Pada kegiatan ini, peserta didik akan mengidentifikasi konsep deret geometri tak hingga melalui pengamatan terhadap luas beberapa lapisan pada bagian atas kaki Candi Jawi. Melalui kegiatan pengamatan, penyelidikan, dan diskusi, peserta didik menganalisis pola perubahan luas setiap lapisan untuk memperkirakan jumlah luas seluruh lapisan secara lebih efisien.



Amatilah Gambar 7 berikut dengan saksama, kemudian identifikasi informasi yang diperoleh sebagai dasar untuk mempelajari konsep deret geometri tak hingga.



Gambar 7. Luas Tiga Lapisan pada Bagian Atas Kaki Candi Jawi

Berdasarkan hasil observasi pada bagian atas kaki Candi Jawi diperoleh data luas beberapa lapisan sebagai berikut. Perhatikan data tersebut dengan saksama.



Lapisan	Luas (cm ²)
1	8.680
2	8.486
3	8.296

Catatan

Data pada tabel merupakan hasil pemodelan matematika yang disusun berdasarkan hasil observasi pada bagian atas kaki Candi Jawi. Pada kenyataannya jumlah lapisan bangunan Candi Jawi bersifat terbatas. Namun, untuk mempelajari konsep deret geometri tak hingga, pola perubahan luas setiap lapisan diasumsikan berlanjut secara teratur, sehingga membentuk suatu model matematika.



- 1 Informasi apa saja yang diperoleh setelah mengamati Gambar 7 dan tabel hasil observasi?

.....

.....

.....

- 2 Bagaimana perubahan luas pada setiap lapisan bagian atas kaki Candi Jawi berdasarkan data hasil observasi?

.....

.....

.....

- 3 Apakah perubahan luas tersebut menunjukkan suatu pola? Jelaskan berdasarkan hasil pengamatan.

.....

.....

- 4 Bagaimana cara mengetahui hubungan antara luas lapisan pertama, kedua, dan ketiga tanpa menjumlahkan seluruh luas secara langsung?

.....

.....



Ayo Menyelidiki



- 1 Berapakah jumlah luas lapisan pertama (S_1) dan jumlah luas dua lapisan pertama (S_2)?

.....

.....

.....

- 2 Berapakah jumlah luas tiga lapisan pertama (S_3)? Tuliskan hasil perhitungan berdasarkan data hasil observasi.

.....

.....

.....

- 3 Apa yang dapat disimpulkan dari perubahan nilai jumlah luas ketika banyak lapisan bertambah? Jelaskan berdasarkan hasil perhitungan.

.....

.....

.....

- 4 Data hasil observasi hanya diperoleh sampai lapisan ketiga. Jika pola tersebut diasumsikan berlanjut secara teratur, bagaimana cara memperkirakan jumlah luas lima lapisan pertama tanpa harus melakukan pengukuran langsung? Jelaskan langkah-langkahnya.

.....

.....

.....

- 5 Seorang siswa menyatakan bahwa jumlah luas seluruh lapisan dapat ditentukan hanya dengan menjumlahkan seluruh luas satu per satu. Analisislah pendapat tersebut. Jelaskan apakah terdapat cara yang lebih efisien berdasarkan hasil penyelidikan yang telah dilakukan.

.....

.....

.....



Ayo Menemukan Pola

Data hasil observasi hanya diperoleh sampai lapisan ketiga. Untuk mempelajari konsep deret geometri tak hingga, data tersebut dimodelkan secara matematis dengan mengasumsikan bahwa pola perubahan luas lapisan berlanjut secara teratur. Berdasarkan model tersebut, lengkapi tabel berikut untuk menemukan pola jumlah deret geometri tak hingga.

Jumlah Suku	Bentuk Deret	Jumlah Luas (cm ²)
S_1	8.680	8.680
S_2	$8.680 + 8.486$	
S_3	$8.680 + 8.486 +$	
S_4		
S_5		
S_n		



Ayo Berdiskusi

Diskusikan pertanyaan berikut bersama kelompok. Gunakan hasil pengamatan, penyelidikan, dan pemodelan matematika sebagai dasar dalam menyusun jawaban.

- Analisis hubungan antara banyaknya lapisan dengan jumlah luas yang diperoleh. Jelaskan berdasarkan pola yang ditemukan pada tabel hasil pemodelan.

.....

.....

.....

.....

2. Dua peneliti memiliki pendapat yang berbeda. Peneliti pertama berpendapat bahwa hasil pemodelan matematika sudah cukup digunakan untuk memperkirakan jumlah luas seluruh lapisan. Peneliti kedua berpendapat bahwa hasil pemodelan tersebut tetap perlu dibandingkan dengan kondisi nyata di lapangan. Analisis kedua pendapat tersebut, kemudian tentukan pendapat yang paling tepat disertai alasan berdasarkan konsep deret geometri tak hingga dan kondisi nyata Candi Jawi.

.....

.....

.....

.....

3. Jelaskan cara menentukan jumlah luas seluruh lapisan tanpa menjumlahkan luas setiap lapisan satu per satu. Hubungkan jawaban dengan pola yang diperoleh pada kegiatan sebelumnya.

.....

.....

.....

.....

4. Tuliskan dugaan mengenai rumus umum untuk menentukan jumlah deret geometri tak hingga berdasarkan pola yang diperoleh pada tabel.

.....

.....

.....

.....

5. Jelaskan mengapa rumus deret geometri tak hingga hanya berlaku untuk rasio tertentu. Hubungkan penjelasan tersebut dengan pola perubahan luas lapisan pada bagian atas kaki Candi Jawi.

.....

.....

.....

.....



Penguatan Konsep

Berdasarkan hasil pengamatan, penyelidikan, penemuan pola, dan diskusi yang telah dilakukan, diperoleh bahwa jumlah luas beberapa lapisan pada bagian atas kaki Candi Jawi membentuk pola penjumlahan suku-suku suatu barisan geometri. Pola tersebut digunakan sebagai dasar untuk memahami konsep deret geometri tak hingga. Deret geometri tak hingga adalah penjumlahan seluruh suku pada suatu barisan geometri yang memiliki banyak suku tidak terbatas. Jumlah deret tersebut hanya memiliki nilai tertentu apabila nilai rasio memenuhi syarat $0 < r < 1$

Jika:

- suku pertama = a
- rasio = r , dengan $0 < r < 1$

maka jumlah deret geometri tak hingga dapat ditentukan menggunakan rumus:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$$

Berdasarkan model matematika yang disusun dari hasil observasi pada bagian atas kaki Candi Jawi, rumus tersebut digunakan untuk memperkirakan jumlah luas seluruh lapisan secara lebih efisien tanpa menjumlahkan setiap lapisan satu per satu.



Refleksi Etnomatematika

Jawablah pertanyaan berikut secara mandiri berdasarkan pengalaman belajar yang telah diperoleh.

1. Apa manfaat mempelajari konsep deret geometri tak hingga melalui pengamatan pada bagian atas kaki Candi Jawi terhadap pemahaman konsep matematika dan pelestarian budaya?

.....

.....

.....

2. Jelaskan mengapa pemodelan matematika diperlukan untuk mempelajari konsep deret geometri tak hingga pada bagian atas kaki Candi Jawi.

.....
.....
.....

3. Jelaskan bagaimana kegiatan mengamati Candi Jawi membantu memahami bahwa konsep matematika dapat digunakan untuk menjelaskan pola pada warisan budaya Indonesia.

.....
.....
.....

4. Dalam upaya pelestarian Candi Jawi, apakah hasil pemodelan matematika dapat langsung digunakan sebagai dasar pengambilan keputusan atau tetap memerlukan pengukuran di lapangan? Jelaskan alasan berdasarkan hasil pemodelan dan kondisi nyata bangunan.

.....
.....
.....