



Ecuaciones canónicas

Las ecuaciones canónicas (o segmentarias) son formas específicas de expresar ecuaciones matemáticas de figuras geométricas, de manera que sus elementos principales (radios, vértices o intersecciones) sean visibles a simple vista.

Se clasifica de la siguiente manera:

1. Ecuación de la recta

En esta forma, los denominadores A y B son los puntos donde la recta cruza los ejes x, y.

$$Ax+By=1$$

Ecuación general canónica

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$$

Ecuación de la circunferencia

Ecuación de la parábola

Ecuación de la hipérbola

Ecuación de la elipse

Ecuación de la circunferencia

La ecuación canónica de la circunferencia es probablemente la más intuitiva de todas; las canónicas nos permiten visualizar inmediatamente dónde está ubicada y qué tan grande es.

Ecuación canónica: centro fuera del origen

Cuando el centro de la circunferencia se encuentra en cualquier punto (h,k) del plano cartesiano, la ecuación es:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

- (h,k) : Son las coordenadas del centro (en la fórmula tienen un signo menos, así que al extraerlo de una ecuación les cambia el signo)
- r : es el radio; en la ecuación aparece elevado al cuadrado.

Ecuación ordinaria: centro en el origen

Si el centro está exactamente en el punto $(0,0)$, la ecuación se simplifica bastante, porque:

$$h=0$$

$$k=0$$

$$x^2+y^2=r^2$$

Ecuación de la parábola

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz.

Dependiendo de la orientación de la parábola (horizontal y vertical) y de la posición de su vértice (h,k) , su ecuación cambia.

Parábola con vértice en el origen $(0,0)$

Cuando el vértice está justo en el centro del plano cartesiano, las ecuaciones son las más sencillas. Aquí la variable p representa la distancia focal (la distancia del vértice al foco, o del vértice a la directriz).

Tabla

Orientación	Ecuación Canónica	Apertura	Foco	Directriz
Vertical	$x^2=4py$	Arriba (si $p>0$)	$F(0,p)$	$y=-p$
		Abajo (si $p<0$)		
Horizontal	$y^2=4px$	Derecha (si $p>0$)	$F(p,0)$	$x=-p$
		Izquierda (si $p<0$)		

Parábola con vértice fuera del origen (h,k)

Si la parábola está desplazada y su vértice está en cualquier punto (h,k) , las ecuaciones se transforman restando o sumando su desplazamiento.

Horizontal

- Abre hacia la derecha o izquierda; su eje de simetría es horizontal
- Ecuación: $(y-k)^2=4p(x-h)$
- Foco: $(h+p,k)$
- Directriz: $x=h-p$

Vertical

- Abre hacia arriba y hacia abajo
- Ecuación: $(x-h)^2=4p(y-k)$
- Foco: $(h,k+p)$
- Directriz: $y=k-p$

Ecuación general de la parábola

Si desarrollas los binomios de las ecuaciones anteriores e igualas todo a cero, obtienes la ecuación general; se reconoce fácilmente porque solo una de las dos variables (x o y) está elevada al cuadrado.

Ejemplo 1

Foco $(3,0)$
Directriz $y=-4$
Ecuación general de la parábola
Si dibujamos 2 arcos de los radios iguales iguales, todo como obtendremos la ecuación general, simplemente hacemos pasar uno de los 2 arcos por el foco, esto obteniendo al resultado.

$(x-3)^2 = 4p(y-2)$ $4p = 8$
 $P_1(2,2)$ $L_1 = 4(2)$
 $P_2(4,2)$ $L_2 = 8$
 $P_3(3,1)$
 $P_4(3,-1)$

Dada la ecuación $(x-3)^2 = 8(y+2)$ encontrar punto contra los focos y el lado recto y graficar

$(x-3)^2 = 4p(y+2)$ $4p = 8$ $L = 8$
 $P_1(2,3)$ $P_2(4,3)$ $L_1 = 4(3)$
 $P_3(3,1)$ $L_2 = 8$

$$(x-3)^2 = 8(y+2)$$

$$4p = 8 \Rightarrow p = 2$$

$$\text{Lado recto: } LR = 4p = 8$$

Datos:

- Vértice: $(3, -2)$
- Foco: $(3, 0)$
- Directriz: $y = -4$

Ejemplo 2

Dada la ecuación $(y-3)^2 = -12(x-2)$, encontrar: vértice, foco, lado recto y graficar.

$$(y-3)^2 = -12(x-2)$$

$$4p = -12 \Rightarrow p = -3$$

$$\text{Lado recto: } LR = |4p| = 12$$

Datos:

- Vértice: $(2,3)$
- Foco: $(-1,3)$
- Directriz: $x=5$

1. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$
 2. $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 20 = 0$
 3. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$
 4. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$
 5. $x^2 + y^2 - 10x - 12y + 31 = 0$
 6. $x^2 + y^2 - 12x - 16y + 51 = 0$
 7. $x^2 + y^2 - 14x - 18y + 73 = 0$
 8. $x^2 + y^2 - 16x - 20y + 81 = 0$
 9. $x^2 + y^2 - 18x - 22y + 85 = 0$
 10. $x^2 + y^2 - 20x - 24y + 89 = 0$
 11. $x^2 + y^2 - 22x - 26y + 93 = 0$
 12. $x^2 + y^2 - 24x - 28y + 97 = 0$
 13. $x^2 + y^2 - 26x - 30y + 101 = 0$
 14. $x^2 + y^2 - 28x - 32y + 105 = 0$
 15. $x^2 + y^2 - 30x - 34y + 109 = 0$
 16. $x^2 + y^2 - 32x - 36y + 113 = 0$
 17. $x^2 + y^2 - 34x - 38y + 117 = 0$
 18. $x^2 + y^2 - 36x - 40y + 121 = 0$
 19. $x^2 + y^2 - 38x - 42y + 125 = 0$
 20. $x^2 + y^2 - 40x - 44y + 129 = 0$
 21. $x^2 + y^2 - 42x - 46y + 133 = 0$
 22. $x^2 + y^2 - 44x - 48y + 137 = 0$
 23. $x^2 + y^2 - 46x - 50y + 141 = 0$
 24. $x^2 + y^2 - 48x - 52y + 145 = 0$
 25. $x^2 + y^2 - 50x - 54y + 149 = 0$
 26. $x^2 + y^2 - 52x - 56y + 153 = 0$
 27. $x^2 + y^2 - 54x - 58y + 157 = 0$
 28. $x^2 + y^2 - 56x - 60y + 161 = 0$
 29. $x^2 + y^2 - 58x - 62y + 165 = 0$
 30. $x^2 + y^2 - 60x - 64y + 169 = 0$
 31. $x^2 + y^2 - 62x - 66y + 173 = 0$
 32. $x^2 + y^2 - 64x - 68y + 177 = 0$
 33. $x^2 + y^2 - 66x - 70y + 181 = 0$
 34. $x^2 + y^2 - 68x - 72y + 185 = 0$
 35. $x^2 + y^2 - 70x - 74y + 189 = 0$
 36. $x^2 + y^2 - 72x - 76y + 193 = 0$
 37. $x^2 + y^2 - 74x - 78y + 197 = 0$
 38. $x^2 + y^2 - 76x - 80y + 201 = 0$
 39. $x^2 + y^2 - 78x - 82y + 205 = 0$
 40. $x^2 + y^2 - 80x - 84y + 209 = 0$
 41. $x^2 + y^2 - 82x - 86y + 213 = 0$
 42. $x^2 + y^2 - 84x - 88y + 217 = 0$
 43. $x^2 + y^2 - 86x - 90y + 221 = 0$
 44. $x^2 + y^2 - 88x - 92y + 225 = 0$
 45. $x^2 + y^2 - 90x - 94y + 229 = 0$
 46. $x^2 + y^2 - 92x - 96y + 233 = 0$
 47. $x^2 + y^2 - 94x - 98y + 237 = 0$
 48. $x^2 + y^2 - 96x - 100y + 241 = 0$
 49. $x^2 + y^2 - 98x - 102y + 245 = 0$
 50. $x^2 + y^2 - 100x - 104y + 249 = 0$

1. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$
 2. $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 20 = 0$
 3. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$
 4. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$
 5. $x^2 + y^2 - 10x - 12y + 31 = 0$
 6. $x^2 + y^2 - 12x - 16y + 51 = 0$
 7. $x^2 + y^2 - 14x - 18y + 73 = 0$
 8. $x^2 + y^2 - 16x - 20y + 81 = 0$
 9. $x^2 + y^2 - 18x - 22y + 85 = 0$
 10. $x^2 + y^2 - 20x - 24y + 89 = 0$
 11. $x^2 + y^2 - 22x - 26y + 93 = 0$
 12. $x^2 + y^2 - 24x - 28y + 97 = 0$
 13. $x^2 + y^2 - 26x - 30y + 101 = 0$
 14. $x^2 + y^2 - 28x - 32y + 105 = 0$
 15. $x^2 + y^2 - 30x - 34y + 109 = 0$
 16. $x^2 + y^2 - 32x - 36y + 113 = 0$
 17. $x^2 + y^2 - 34x - 38y + 117 = 0$
 18. $x^2 + y^2 - 36x - 40y + 121 = 0$
 19. $x^2 + y^2 - 38x - 42y + 125 = 0$
 20. $x^2 + y^2 - 40x - 44y + 129 = 0$
 21. $x^2 + y^2 - 42x - 46y + 133 = 0$
 22. $x^2 + y^2 - 44x - 48y + 137 = 0$
 23. $x^2 + y^2 - 46x - 50y + 141 = 0$
 24. $x^2 + y^2 - 48x - 52y + 145 = 0$
 25. $x^2 + y^2 - 50x - 54y + 149 = 0$
 26. $x^2 + y^2 - 52x - 56y + 153 = 0$
 27. $x^2 + y^2 - 54x - 58y + 157 = 0$
 28. $x^2 + y^2 - 56x - 60y + 161 = 0$
 29. $x^2 + y^2 - 58x - 62y + 165 = 0$
 30. $x^2 + y^2 - 60x - 64y + 169 = 0$
 31. $x^2 + y^2 - 62x - 66y + 173 = 0$
 32. $x^2 + y^2 - 64x - 68y + 177 = 0$
 33. $x^2 + y^2 - 66x - 70y + 181 = 0$
 34. $x^2 + y^2 - 68x - 72y + 185 = 0$
 35. $x^2 + y^2 - 70x - 74y + 189 = 0$
 36. $x^2 + y^2 - 72x - 76y + 193 = 0$
 37. $x^2 + y^2 - 74x - 78y + 197 = 0$
 38. $x^2 + y^2 - 76x - 80y + 201 = 0$
 39. $x^2 + y^2 - 78x - 82y + 205 = 0$
 40. $x^2 + y^2 - 80x - 84y + 209 = 0$
 41. $x^2 + y^2 - 82x - 86y + 213 = 0$
 42. $x^2 + y^2 - 84x - 88y + 217 = 0$
 43. $x^2 + y^2 - 86x - 90y + 221 = 0$
 44. $x^2 + y^2 - 88x - 92y + 225 = 0$
 45. $x^2 + y^2 - 90x - 94y + 229 = 0$
 46. $x^2 + y^2 - 92x - 96y + 233 = 0$
 47. $x^2 + y^2 - 94x - 98y + 237 = 0$
 48. $x^2 + y^2 - 96x - 100y + 241 = 0$
 49. $x^2 + y^2 - 98x - 102y + 245 = 0$
 50. $x^2 + y^2 - 100x - 104y + 249 = 0$