



ГЕОМЕТРІЯ

Кут між векторами.

Скалярний добуток векторів у просторі



Учень / учениця: _____ Дата: _____
Клас: _____ Оцінка: _____

ДОПОМОЖНІ СИМВОЛИ

$\vec{a}$ Вектор $\vec{a}$

$|\vec{a}|$ — модуль (довжина) вектора $\vec{a}$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ — скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi$,
де φ — кут між векторами ($0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$)



ПАМ'ЯТАЙ!

- $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$, якщо кут гострий ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$)
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, якщо вектори перпендикулярні ($\varphi = 90^\circ$)
- $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$, якщо кут тупий ($90^\circ < \varphi < 180^\circ$)
- $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$



1 Обчисліть скалярний добуток векторів.

1) $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $\vec{b} = (4; 0; -2)$

Відповідь: _____

2) $\vec{a} = (-1; 2; 1)$, $\vec{b} = (3; -4; 2)$

Відповідь: _____

3) $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (2; 1; -3)$

Відповідь: _____

Скалярний добуток: помнож відповідні координати та додай результати.



2 Знайдіть кут між векторами.

1) $\vec{a} = (1; 2; 2)$, $\vec{b} = (2; -1; 2)$

Відповідь: _____

2) $\vec{a} = (1; 0; 1)$, $\vec{b} = (2; 0; -2)$

Відповідь: _____

Використайте формулу:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$



3 Визначте взаємне розташування векторів за значенням скалярного добутку. Для кожної пари вкажіть: гострий кут / прямий кут / тупий кут.

1) $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (4; -2; 1)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

Висновок: _____

2) $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 1)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

Висновок: _____

3) $\vec{a} = (1; 1; 1)$, $\vec{b} = (-1; -1; 2)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

Висновок: _____



4 У просторі дано три вектори: $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (2; -1; 3)$, $\vec{c} = (-1; 1; 2)$. Обчисліть:

1) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

2) $\vec{a} \cdot \vec{c} =$ _____

3) $\vec{b} \cdot \vec{c} =$ _____

4) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) =$ _____



5 Приклад із практики (фізика).

Сила $\vec{F} = (10; -5; 0)$ Н діє на тіло, яке переміщується вздовж вектора переміщення $\vec{s} = (2; 1; 0)$ м.
Знайдіть роботу цієї сили.

Розв'язання:



Відповідь: _____ Дж

Робота
 $A = \vec{F} \cdot \vec{s}$



6 Доведіть тотожність.

Доведіть, що для будь-яких векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ виконується:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}.$$



ПОРАДА

Запишіть координати векторів через x_i , y_i , z_i і використайте розподільну властивість множення.



МОЇ УСПІХИ: Я виконав / виконала завдання: ☐ відмінно ☐ добре ☐ потрібна практика ☐ мені оцінка