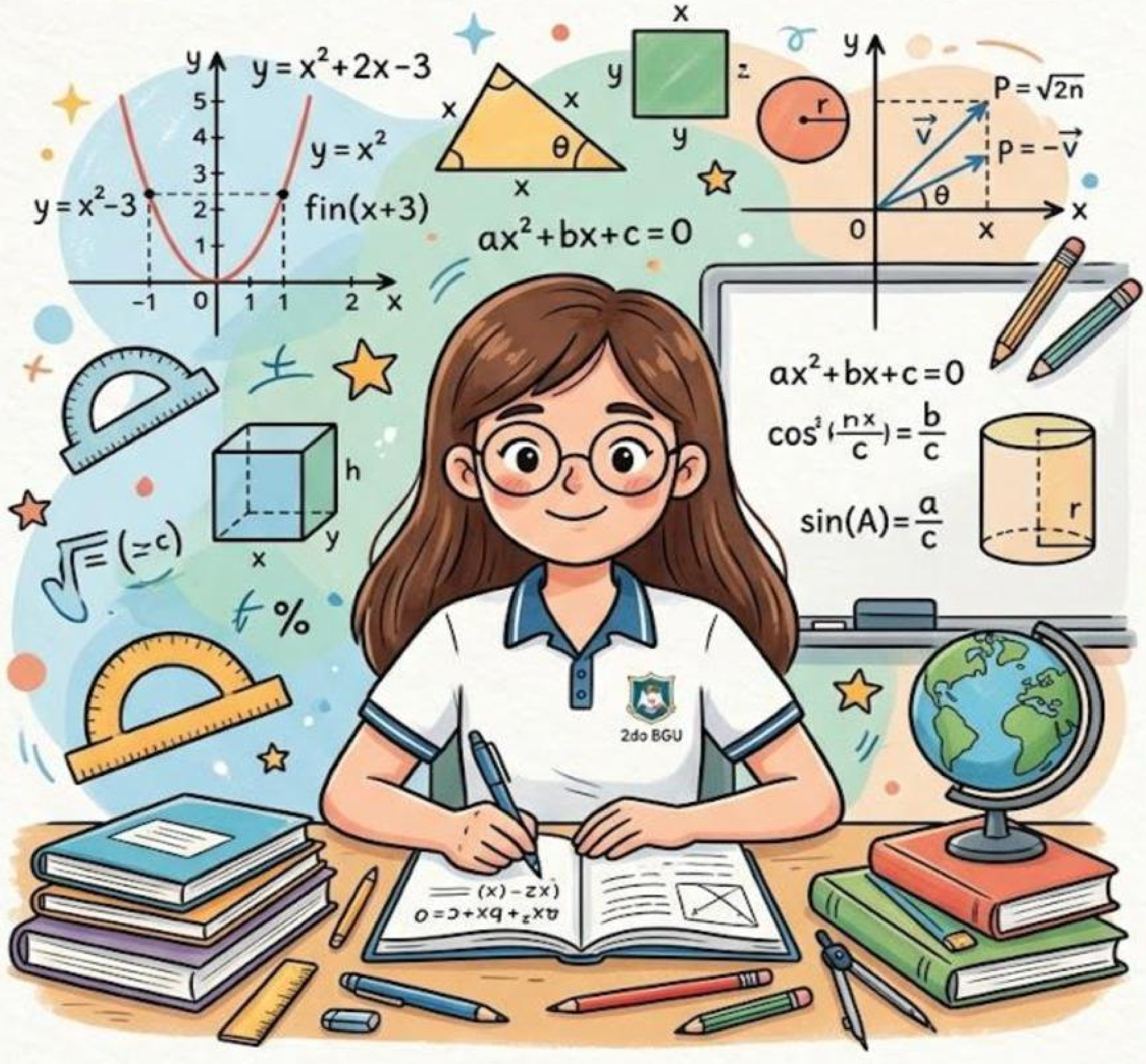
MATEMÁTICAS

CUADERNILLO DE EJERCICIOS Y APUNTES



ESTUDIANTE: AMY FLORES

CURSO: 2DO BGU A

SENSOPERCEPCION

LIMITES CON VALOR ABSOLUTO

Al trabajar con limites que involucraran un valor absoluto puede poseer indeterminante, el secreto está en romper la función. El valor absoluto es una función definida, y para resolver el limite siempre necesitamos evaluar los limites laterales.

Antes de calcular recuerdo qué hace el valor absoluto de x

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Esto significa que si lo que está dentro de las barras es positivo, las barras simplemente desaparecen. Si lo que está adentro es negativo, las quito pero multiplicado por.

Pasos para resolver:

1. **Identificar el punto crítico:** es el valor de que hace que el interior del valor absoluto sea.

2. **Evaluar por la izquierda:** (x-a)
3. **Evaluar por la derecha:** cuando x tiene positiva derecha.
4. **Comparar:** si los resultados de ambos lados son iguales el límite existe. Si son diferentes no existen.

Ejemplo:

$$\lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x}=\frac{0}{0}$$

$$|x|=\begin{cases} x & \text{si } x\geq 0\to 1\\ -x & \text{si } x<0\to -1\end{cases}$$

Ejemplo:

$$\lim_{x\to 2}\frac{|x^2-4|}{x+2}$$

$$|x^2-4|=\begin{cases} x^2-4 & \text{si } x>0\Longrightarrow x>4\\ -(x^2-4)\to -x^2+4 & \text{si } x<0\Longrightarrow -x^2\leq -4\end{cases}$$

Ejercicios:

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{(x^2-4)}{x+2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)}=\lim_{x\to 2^+}(x-2)=2-2=0$$

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{-(x^2-4)}{x+2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{-(x^2-4)}{x+2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{-(x-2)(x+2)}{x+2}$$

$$=\lim_{x\to 2^-}-x+2=-(-2)+2=4$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{|x+2| - |x-2|}{x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x+2-\left(-(x-2)\right)}{x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x+2+x-2}{x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{2x}{x} = 2$$

SENSOPERCEPCION

Límites De Raíces

Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resulta en la indeterminación 0/0, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto Clave: el Conjugado

La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Si tienes una raíz de $(\sqrt{x}-a)$el conjugado será $(\sqrt{x}+a)$.

Al multiplicarlos la raíz desaparece

$$(\sqrt{x}-a)(\sqrt{x}+a)$$

$$(\sqrt{x})^2-a^2$$

$$x-a^2$$

Pasos para resolver el límite:

1. Evaluar primero.
2. Multiplicar por el conjugado.
3. Simplificar el numerador aplicando la diferencia de cuadrados.
4. Cancelar términos o simplificar.
5. Sustituir de nuevo y calcular el valor final.

Ejemplo de Límites con Raíces

1.

$$\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{4-4}{\sqrt{4}-2}=\frac{0}{2-2}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}\right)^2-2^2}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)}{x-4}$$

$$\lim_{x\to 4}\left(\sqrt{x}+2\right)=\sqrt{4}+2=2+2=4$$

2. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{1}-1}{1-1}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x}\right)^2-1^2}{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{\sqrt{1}+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

Trabajo en Clase

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2-\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{1+2x}+3}{\sqrt{1+2x}+3} \cdot \frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{2}}{\sqrt{x}-2+\sqrt{2}}$$

$$\frac{\left[\left(\sqrt{1+2x}\right)^2-9\right]\left[\sqrt{x}-2+\sqrt{2}\right]}{\left[\left(\sqrt{x}-2\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2\right]\left[\sqrt{1+2x}+3\right]}$$

$$\frac{(1+2x-9)\left(\sqrt{x}-2+\sqrt{2}\right)}{(x-2-2)\left(\sqrt{1+2x}+3\right)}$$

$$\frac{2(x-4)\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{2}\right)}{(x-4)\left(\sqrt{1+2x}+3\right)}$$

$$\frac{2\left(\sqrt{4-2}+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{1+2(4)}+3} = \frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{9}+3} = \frac{2\left(2\sqrt{2}\right)}{3+3} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

2.

$$\lim_{x \to 1} \frac{x+3-2}{1-\sqrt{3x-2}}$$

$$\frac{x-1}{1-\sqrt{3x-2}} \cdot \frac{\sqrt{x}+3+2}{\sqrt{x}+3+2} \cdot \frac{1+\sqrt{3x-2}}{1+\sqrt{3x-2}}$$

$$\frac{(x+3-4)\left(1+\sqrt{3x-2}\right)}{\left(1-(3x-2)\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$$

$$\frac{(x-1)\left(1+\sqrt{3x-2}\right)}{(1-3x+2)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\frac{(x-1)\left(1+\sqrt{3x-2}\right)}{3(1-x)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$$

$$\frac{(x-1)\left(1+\sqrt{3x-2}\right)}{-3(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\frac{1+\sqrt{3x-2}}{-3\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$$

$$\frac{1+\sqrt{3(1)-2}}{-3\left(\sqrt{1+3}+2\right)}=\frac{1+1}{-3(2+2)}=\frac{2}{-3(4)}=-\frac{2}{12}=-\frac{1}{6}$$

Sensopercepción

LIMITES CON LOGARITMOS

Los límites con logaritmo es un clásico, el secreto está en dominar sus propiedades clave y conocer los límites notables.

Propiedades de los logaritmos: Antes de calcular cualquier límite a menudo tendrás que acomodar la expresión usando estas propiedades:

Logaritmo de un producto: $\log_b(x\cdot y)=\log_b(x)+\log_b(y)$

Logaritmo de un cociente: $\log_b\left(\frac{x}{y}\right)=\log_b(x)-\log_b(y)$

Logaritmo de potencia: $\log_b(x^n) = n \cdot \log_b(x)$

Gráfica de límites

Es fundamental saber cómo se comporta la función logarítmica actual $\ln(x)$ en sus extremos. El logaritmo solo existe para números mayores que cero (x > 0).

Cuando X tiende al infinito: $\lim_{x \to \infty} \ln(x) = \infty$ (Crece lentamente pero al infinito)

Cuando X tiende a 0 hacia la derecha: Se pega al eje y hacia abajo

Límites Notables con Fórmulas Directas

Para resolver límites notables siempre nos encontraremos con una indeterminación.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

De este se deriva una versión muy común cuando X tiende a infinito

$$\lim_{x \to \infty} x \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1$$

Pasos para resolver:

1. **Encontramos lo indeterminación.**
2. **Aplicamos diferentes propiedades.**
3. **Aplicamos cualquier propiedad vista.**
4. **Calculamos el nuevo límite.**

Consulta

Inducción a la derivada

La derivada representa la razón de cambio instantánea con la varia una función matemática, según se modifique su variable independiente. Geométricamente, equivale a la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto específico

Concepto

Se define fundamentalmente a través de los límites. La derivada es una función f(x), denotada como f(x), se calcula mediante la fórmula. F(x)=Lim h–0 __f(x+h)-f(x)__

- **H representa un incremento minúsculo en la variable x.**
- **Esta expresión mide cómo cambia la función cuándo es incremento tiende a cero.**

Reglas básicas de la derivación

- **Regla de la constante: la derivada de un número es cero. F(x)= k —f (x)=0**
- **Regla de la potencia: se baja el exponente a multiplicar y se le resta uno al exponente original(x)=xn -f(x)=nx. N-1**
- **Regla de la suma/resta: la derivada de una suma/resta es la suma/resta de la derivada individuales.**