

$x^2 + y^2 = a^2$   
 $\frac{dx}{dy} = \frac{-2y}{2x} = -\frac{y}{x}$   
 $\int \frac{dx}{dy} = \int -\frac{y}{x} = -y \ln|x| + C$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$   
 $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$   
 $\ln|y| = \ln|x| + C$   
 $y = kx$

$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos \theta$   
 $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin \theta$   
 $\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cot \theta$   
 $\cot(\frac{\pi}{2} - \theta) = \tan \theta$   
 $\sec(\frac{\pi}{2} - \theta) = \csc \theta$   
 $\csc(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sec \theta$

$\frac{d}{dx} \ln|x| = \frac{1}{x}$   
 $\frac{d}{dx} \ln|ax+b| = \frac{a}{ax+b}$   
 $\frac{d}{dx} \ln|\frac{x}{y}| = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$   
 $\frac{d}{dx} \ln|\frac{y}{x}| = \frac{1}{y} - \frac{1}{x}$

$\frac{d}{dx} \ln|ax^2+bx+c| = \frac{2ax+b}{ax^2+bx+c}$   
 $\frac{d}{dx} \ln|\frac{ax+b}{cx+d}| = \frac{a}{ax+b} - \frac{c}{cx+d}$

$\frac{d}{dx} \ln|\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}| = \frac{2ax+b}{ax^2+bx+c} - \frac{d}{dx+e}$

$\frac{d}{dx} \ln|\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}| = \frac{2ax+b}{ax^2+bx+c} - \frac{d}{dx+e}$

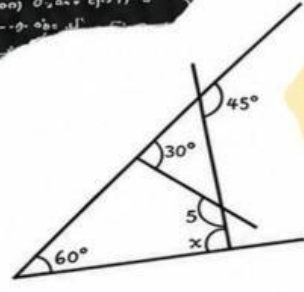
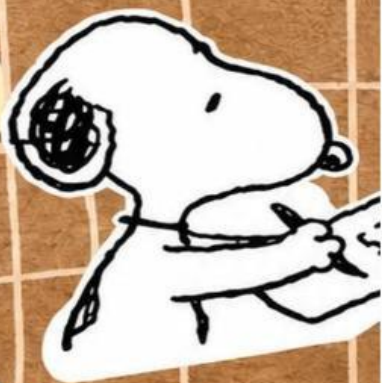
$\frac{d}{dx} \ln|\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}| = \frac{2ax+b}{ax^2+bx+c} - \frac{d}{dx+e}$

Si

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = 2$$

entonces  $a^2 + b^2 + c^2$  es:

- $\frac{3}{4}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{27}{16}$
- $\frac{4}{3}$



MATH

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

$y = \frac{\log_e(\frac{x}{r} - sa)}{rs}$   
 $y r^{-1} = \log_e(\frac{x}{r} - sa)$   
 $e^{y \cdot r} = \frac{x}{r} - sa$   
 $m e^{y \cdot r} = x - msa$   
 $m e^{r y} = x - m s^2 a$

$$\int e^{-x} dx$$



$$\sqrt{25+7}$$

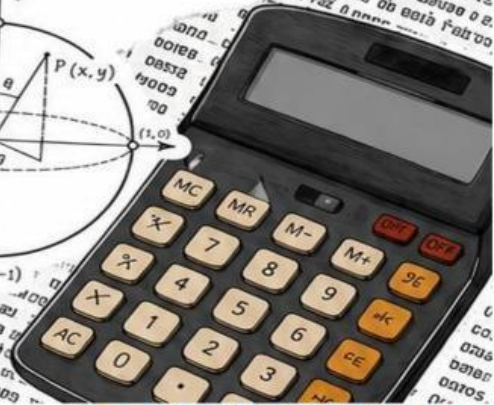
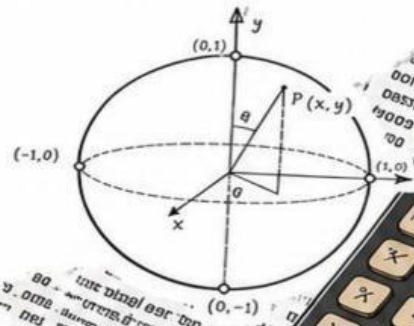
$$5^{x-1} = 25$$

# Matemáticas



**Nombre:** Yasuri Sinchico  
**Curso:** 2 BGU "A"  
**Año:** 2025-2026

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\frac{d}{dx} [f(x)] = f'(x)$$

# LÍMITE

En términos sencillos, es el valor al que una función se acerca a medida que la variable independientemente se aproxima a un punto determinado sin importar lo que ocurra exactamente en ese punto.

Se escribe de la siguiente forma:

Para que un límite exista debe haber un acuerdo entre los dos lados, este se conoce como límites laterales:

Límite por la izquierda:

$$(x \rightarrow a^-)$$

El valor que se acerca a la función desde valores menores que (a)

Límite por la derecha:

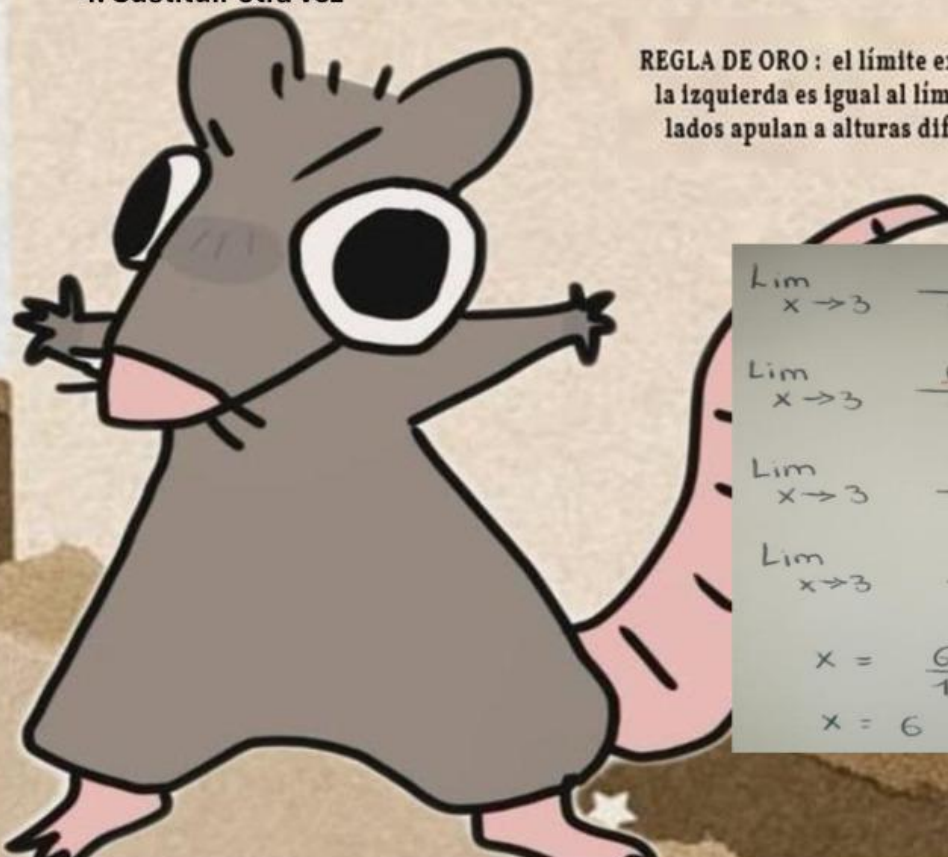
$$(x \rightarrow a^+)$$

Es el valor que se acerca en valores mayores que (a)

Pasos para resolver:

1. Sustituir directamente
2. Si hay indeterminación simplificar
3. Si existe una factorización; factorar por el cualquier método conocido y si hay el caso de racionalizar
4. Sustituir otra vez

REGLA DE ORO : el límite existe sí, y solo sí, el límite por la izquierda es igual al límite por la derecha. Si los dos lados apulan a alturas diferentes, el límite no existe.



$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x-3)} \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)}{(x-2)} \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3+3)}{(3-2)} \\ x = \frac{6}{1} \\ x = 6 \end{aligned}$$

# LÍMITES DE RAÍCES

*sensopercepción*

$$\lim_{x \rightarrow \text{coeficiente.}} \frac{\sqrt{\text{grapes}} - 1}{\text{grapes} - 1}$$

Límites con raíces:

Para resolver límites que involucran raíces especialmente cuando resultan la independiente  $\frac{0}{0}$  el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave el conjugado: La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados

$$(a+b)(a-b) = (a^2 + b^2)$$

Si tienes raíz de  $x(\sqrt{x} - a)$  el conjugado será  $(\sqrt{x} + a)$

Al multiplicarlos la raíz desaparece.

$$(\sqrt{x} - a)(\sqrt{x} + a)$$

$$(\sqrt{x} - a)(\sqrt{x} + a)$$

$$(\sqrt{x})^2 - a^2$$

$$(x - a^2)$$

Pasos para resolver el límite:

1. Evaluar primero.
2. Multiplicar por el conjugado.
3. Simplificar el numerador aplicando la diferencia de cuadrados.
4. Cancelar términos o simplificar.
5. Sustituir de nuevo y calcular el valor final.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-4}{\sqrt{4}-2}$$

$$x = \frac{0}{2-2}$$

$$= \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x})^2-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x}+2)$$

$$x = (\sqrt{4}+2) = (2+2)$$

$$x = 4$$

## LÍMITES CON LOGARITMOS

Los límites con logaritmos son un clásico, el secreto está en dominar sus propiedades clave y conocer los límites notables.

Propiedades de los logaritmos: antes de calcular cualquier límite a menudo tendrás que acomodar las expresiones usando estas propiedades.

- ° Logaritmos de un producto:
- ° Logaritmo de un cociente:
- ° Logaritmo de una potencia:
- ° Gráfico de límites con logaritmos

Es fundamental saber cómo se comporta la función logarítmica natural ( $\ln(x)$ ) en sus extremos, el logaritmo solo existe para números mayores que 0.

Cuando  $x$  tiende a  $\infty$ .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x) = \infty$$

$x \rightarrow \infty$  (Crece lentamente, pero va al infinito)

Cuando  $x$  tiende a cero por la derecha.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty$$

$x \rightarrow 0$  (Se pega al eje "Y" de hacia abajo)

Límites notables con fórmulas directas:

Para resolver límites notables, siempre nos encontramos con una indeterminada.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

De este se deriva otra versión muy común cuando  $x$  tiende a  $\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \ln(x+1)}{x} = 1$$

Pasos para resolver:

1. Encontramos la indeterminación.
2. Aplicamos diferentes propiedades.
3. Aplicamos cualquier propiedad vista.
4. Calculamos el nuevo límite.



# INDUCCIÓN A LA DERIVADA

## Concepto e Importancia

La matemática elemental analiza situaciones estáticas, pero la derivada permite estudiar el cambio en tiempo real. Define cómo cambia una función "ahora mismo" (de forma instantánea).

- **Diferencia clave:** Mientras que la velocidad promedio mide el cambio en todo un viaje, la derivada funciona como el velocímetro del auto: mide la velocidad exacta en un punto o segundo específico.

## Construcción Geométrica y Matemática

Para hallar la derivada de una curva, se realiza un proceso de tres pasos:

1. **Puntos:** Se eligen dos puntos en la curva: un punto  $x$  y otro desplazado a una distancia  $x + h$ .
2. **Pendiente Secante:** Se calcula la pendiente de la línea que cruza ambos puntos:

$$\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

1. **Límite Tangente:** Se hace que la distancia  $h$  sea casi cero ( $h \rightarrow 0$ ). Al acercarse tanto los puntos, la recta ya no corta la curva, sino que la toca en un solo punto (recta tangente).

La fórmula formal de la derivada es este límite:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

## Interpretación de los Resultados

El valor de la derivada analiza el comportamiento de la función en una banda o punto determinado:

- $f'(x) > 0$ : La curva está subiendo (pendiente positiva).
- $f'(x) < 0$ : La curva está bajando (pendiente negativa).
- $f'(x) = 0$ : La curva está plana (indica un punto máximo o mínimo).

## Ejemplo Práctico

Para la función de una parábola  $f(x) = x^2$ , su derivada es  $f'(x) = 2x$

Si evaluamos el punto  $x = 3$ :

$$f'(3) = 2(3) = 6$$

**Significado:** Justo en el punto  $x = 3$ , la parábola está creciendo **6 veces más rápido** de lo que avanza en el eje horizontal.

