Heidi Tayupanda

LIMITES CON RAICES

Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resulta en la indeterminación , el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: el conjugado

La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados.

(a+b)(a-b)=a^2-b^2

Si tienes una raíz de, el conjugado será .

Al multiplicarlos, la raíz desaparece.

Pasos para resolver el límite:

1. Evaluar primero.

2. Multiplicar por el conjugado.

3. Simplificar el numerador aplicando la diferencia de cuadrados.

4. Cancelar términos o simplificar.

5. Sustituir de nuevo y calcular el valor final.

EJEMPLOS:

$$\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{4-4}{\sqrt{4}-2}$$

$$= \frac{0}{2-2}$$

$$= 0/0$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{1} - 1}{1 - 1} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = 0/0$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x})^2 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)} \qquad \lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x - 1)}}{\cancel{(x - 1)}(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1} + 1} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

LIMITES CON LOGARITMOS

LIMITES CON LOGRITMOS

Los límites con logaritmos son un clásico. El secreto está en dominar sus propiedades claves y conocer los límites notables. Las propiedades de los logaritmos ayudan a acomodar la expresión antes de calcular cualquier límite.

Propiedades:

• Logaritmo de un producto:

• Logaritmo de un cociente:

• Logaritmo de una potencia:

Gráfico de límites logarítmicos

Es fundamental cómo se porta la función logarítmica natural en sus extremos. El logaritmo solo existe para números mayores que 0.

• Cuando tiende al infinito:

(Crece lentamente, pero siempre va al infinito).

• Cuando tiende a 0:

(Se pega hacia el eje y hacia abajo).

Límites notables con fórmulas directas

Para resolver límites notables siempre nos encontramos con una indeterminación.

Pasos para resolver

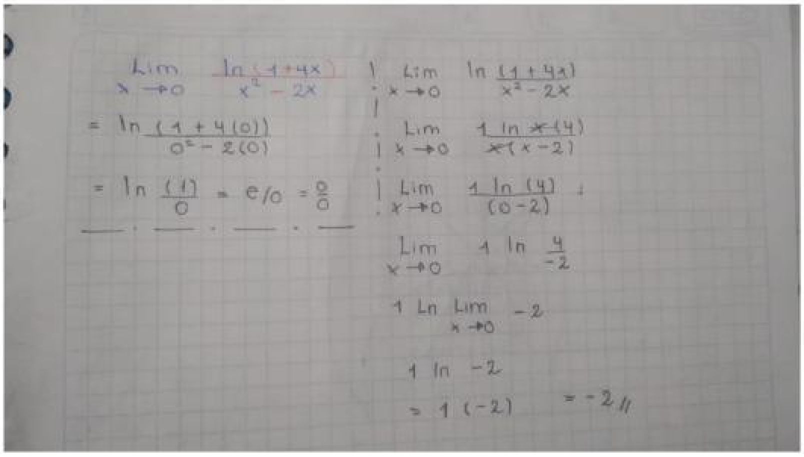
1. Encontramos la indeterminación.

2. Aplicamos diferentes propiedades.

3. Aplicamos cualquier propiedad vista.

4. Calculamos el nuevo límite.

EJEMPLO:



$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+4x)}{x^2-2x}$$

$$= \frac{\ln(1+4(0))}{0^2-2(0)}$$

$$= \frac{\ln(1)}{0} = e/0 = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 0} \ln \frac{(1+4x)}{x^2-2x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 \ln \cancel{x}(4)}{\cancel{x}(x-2)}$$

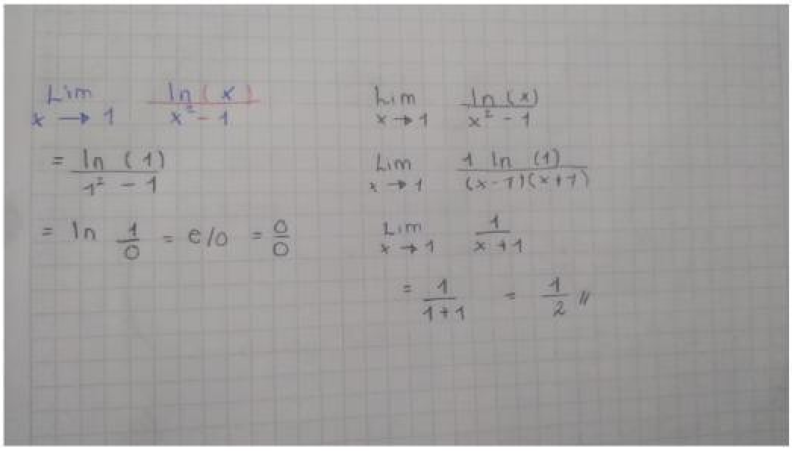
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 \ln (4)}{(0-2)}$$

$$\lim_{x \to 0} 1 \ln \frac{4}{-2}$$

$$1 \ln \lim_{x \to 0} -2$$

$$1 \ln -2$$

$$= 1(-2) = -2$$



$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x^2-1}$$

$$= \frac{\ln(1)}{1^2-1}$$

$$= \ln \frac{1}{0} = e/0 = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 \ln (1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

INDUCCION A LA DERIVADA

La derivada es uno de los conceptos más importantes del cálculo diferencial. Se utiliza para estudiar cómo cambia una magnitud con respecto a otra. En términos sencillos, la derivada nos permite conocer la rapidez con la que ocurre un cambio en un determinado instante.

Concepto de tasa de cambio

Antes de comprender la derivada, es necesario entender la tasa de cambio. Esta representa cuánto cambia una cantidad en relación con otra.

Definición de derivada

La derivada de una función se define matemáticamente mediante un límite.

Esta fórmula expresa la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto determinado.

Interpretación geométrica

Desde el punto de vista geométrico, la derivada representa la pendiente de la recta tangente a una curva.

Si la derivada es positiva, la función está creciendo

Si la derivada es negativa, la función está decreciendo.

Si la derivada es cero, puede existir un máximo o un mínimo.

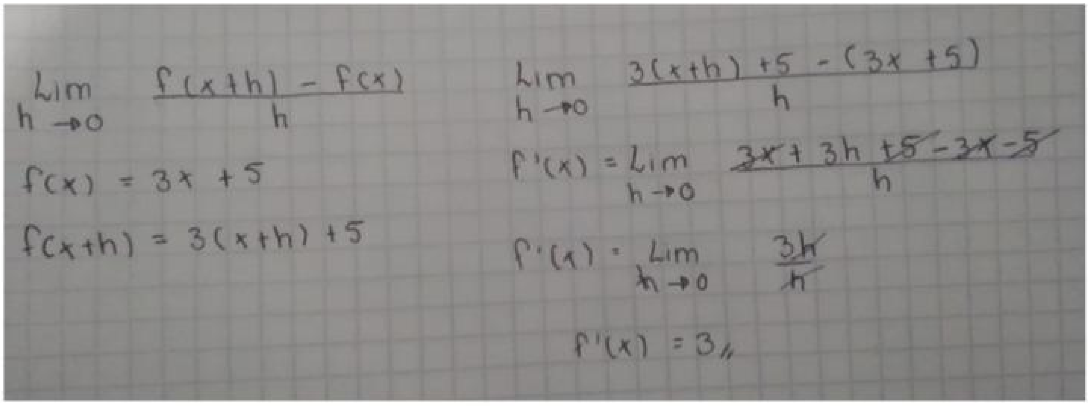
Importancia

La derivada es fundamental porque permite describir fenómenos que cambian constantemente.

Conclusión

La derivada es una herramienta matemática que mide la tasa de cambio instantánea de una función y la pendiente de la recta tangente a una curva.

EJEMPLOS:



$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$f(x) = 3x+5$$

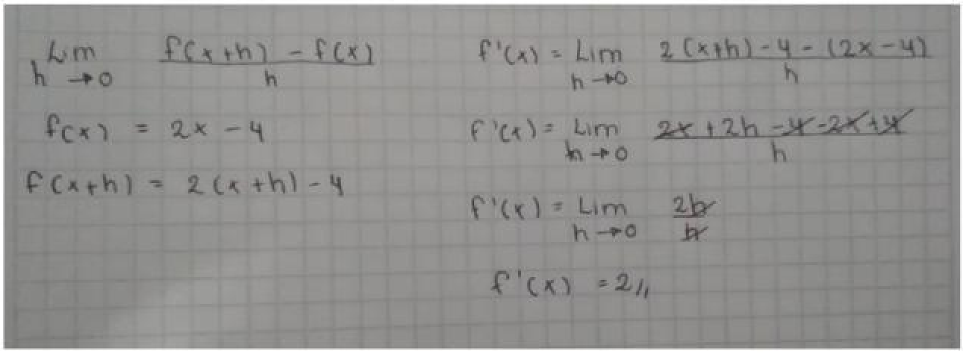
$$f(x+h) = 3(x+h)+5$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{3(x+h)+5-(3x+5)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{3x}+3h\cancel{+5}\cancel{-3x}\cancel{-5}}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{3\cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$f'(x) = 3$$



$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$f(x) = 2x-4$$

$$f(x+h) = 2(x+h)-4$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{2(x+h)-4-(2x-4)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{2x}+2h\cancel{-4}\cancel{-2x}\cancel{+4}}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{2\cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$f'(x) = 2$$

ELABORADO POR: heidi.tayupandamk@gmail.com