U.E.C.I.B. "Muyu kawsay"

CUADERNILLO

MATEMÁTICAS

TERSER TRIMERTRE

Nombre: Anggie Fiallos

Curso: 2 BGU "B"

LIVEWORKSHEETS

1. Límite con Valor Absoluto🍒

El límite de una función con valor absoluto requiere analizar detalladamente el comportamiento del argumento alrededor del punto crítico (donde se anula el valor absoluto). Por definición, la expresión $|x - a|$ se comporta de forma asimétrica según el lateral:

$$|x - a| = x - a \quad \text{si} \quad x \geq a$$
$$|x - a| = -(x - a) \quad \text{si} \quad x < a$$

$|x| = \sqrt{x^2}$

Para que el límite general exista en el punto crítico, los límites laterales deben evaluarse independientemente y coincidir con exactitud en su valor numérico.

Ejercicios de Aplicación

Ejercicio:

Evaluar el límite general: $\lim_{x \to 3} [\ |x - 3| / (x - 3)\ ]$.

Solución:

- Por la derecha ($x \to 3^+$): $\lim [\ (x - 3) / (x - 3)\ ] = 1$.
- Por la izquierda ($x \to 3^-$): $\lim [\ -(x - 3) / (x - 3)\ ] = -1$.

Como $1 \neq -1$, se concluye que el límite general **no existe**.

Ejercicio:

Calcular: $\lim_{x \to 0^+} [\ 2x / |x|\ ]$.

Solución: Al acercarse por la derecha ($x > 0$), el valor absoluto se sustituye directamente por x:
$\lim_{x \to 0^+} [\ 2x / x\ ] = \lim_{x \to 0^+} (2) = 2$.

2. Límites con Logaritmos

Para el cálculo de límites de funciones logarítmicas complejas, se aplican las leyes de los logaritmos con el fin de simplificar la expresión algebraica y remover indeterminaciones:

- **Logaritmo de un Producto:** $\log_b(M \cdot N) = \log_b M + \log_b N$
- **Logaritmo de un Cociente:** $\log_b(M / N) = \log_b M - \log_b N$
- **Logaritmo de una Potencia:** $\log_b(M^n) = n \cdot \log_b M$

Ejercicios de Aplicación

Ejercicio:

LIVEWORKSHEETS

Analizar el comportamiento extremo del logaritmo natural:

- $\lim_{x \to \infty} \ln(x) = \infty$ (crecimiento indefinido y continuo).
- $\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$ (asíntota vertical hacia el infinito negativo).

Ejercicio :

Calcular el límite: $\lim_{x \to 2} [\ \ln(x^3 - 7)\ ]$.

Solución: Por continuidad de la función logarítmica, introducimos el límite dentro del argumento:

$\ln(\ \lim_{x \to 2} [x^3 - 7]\ ) = \ln(2^3 - 7) = \ln(8 - 7) = \ln(1) = 0$.

LIVEWORKSHEETS

3. Límites por Racionalización🍒

Cuando la sustitución directa en límites que contienen raíces cuadradas produce la indeterminación ***0 / 0***, se recurre a la racionalización. Este proceso utiliza el producto notable de la **diferencia de cuadrados** para eliminar el radical crítico:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Ejercicios de Aplicación

Ejercicio:

Calcular: $\lim_{x \to 4} [(\sqrt{x} - 2) / (x - 4)]$.

Solución: Multiplicamos el numerador y denominador por el binomio conjugado $(\sqrt{x} + 2)$:

$= \lim [(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)] / [(x - 4)(\sqrt{x} + 2)]$

$= \lim [x - 4] / [(x - 4)(\sqrt{x} + 2)]$

Cancelando el factor problemático $(x - 4)$:

$= \lim_{x \to 4} [1 / (\sqrt{x} + 2)] = 1 / (\sqrt{4} + 2) = 1 / (2 + 2) = 1 / 4$.

Ejercicio:

Calcular: $\lim_{x \to 1} [(\sqrt{x} - 1) / (x - 1)]$.

Solución: Racionalizando de forma idéntica con el conjugado $(\sqrt{x} + 1)$:

$= \lim [(x - 1)] / [(x - 1)(\sqrt{x} + 1)] = \lim_{x \to 1} [1 / (\sqrt{x} + 1)] = 1 / 2$.

4. Introducción a las Derivadas

La derivada de una función representa su tasa de cambio instantánea geométricamente. Si consideramos una recta secante que corta a una curva en dos puntos separados por una distancia horizontal h, al aplicar el límite cuando esta distancia tiende a cero ($h \to 0$), los puntos se superponen.

En este proceso límite, la recta secante evoluciona armónicamente hasta convertirse en la **recta tangente** a la curva en ese punto exacto. Por lo tanto, el valor numérico de la derivada es la **pendiente de dicha recta tangente**.

Definición Formal por Límite

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} [f(x + h) - f(x)] / h$$

Esta expresión fundamental constituye la transición del análisis de variaciones medias al estudio del cálculo diferencial e instantáneo utilizado ampliamente en optimización matemática y modelado físico.

LIVEWORKSHEETS

Preguntas🍒

A continuación, unas preguntas correspondientes a los tres primeros temas estudiados en el cuadernillo:

Pregunta 1 (Tema: Límite con Valor Absoluto) :

Si al evaluar los límites laterales de una función racional con valor absoluto en un punto crítico obtenemos resultados opuestos (por ejemplo, 1 y -1), se afirma formalmente que el límite general en dicho punto es igual a cero.

( ) Verdadero

(X) Falso

Justificación: El límite general NO existe porque ambos límites laterales deben ser rigurosamente idénticos para validar su existencia.

Pregunta 2 (Tema: Límites con Logaritmos):

De acuerdo con las leyes operacionales y propiedades de los logaritmos, ¿cuál de las siguientes opciones es matemáticamente equivalente a la expresión algebraica $\log_b(x^5)$?

( ) a) $\log_b(5x)$

(X) b) $5 \cdot \log_b(x)$

( ) c) $\log_b(x) / 5$

Pregunta 3 (Tema: Límites con Raíces):

Para disolver la indeterminación matemática de tipo 0/0 en el límite $\lim_{x \to 4} [(\sqrt{x} - 2) / (x - 4)]$, el binomio conjugado exacto por el cual se debe multiplicar el numerador y el denominador es:

(X) a) $(\sqrt{x} + 2)$

( ) b) $(\sqrt{x} - 2)$

( ) c) $(x + 4)$

🍒 *Fin del Cuadernillo* 🍒

LIVEWORKSHEETS