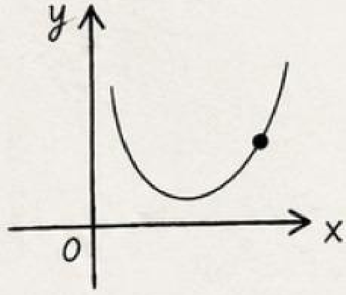
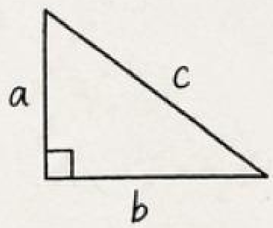
$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



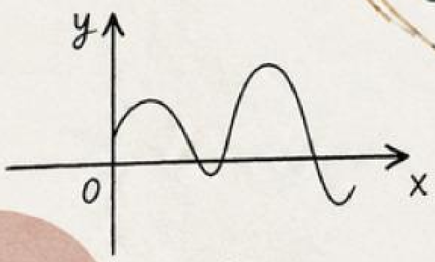
MATEMÁTICAS

VALERIA CHAVEZ



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



PIENSA
ANALIZA
RESUELVE
CREA

LÍMITES CON RAICES

Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resulta en la indeterminación , el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: el conjugado

La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados.

Si tienes una raíz de , el conjugado será .

Al multiplicarlos, la raíz desaparece.

Pasos para resolver el límite:

1. Evaluar primero.

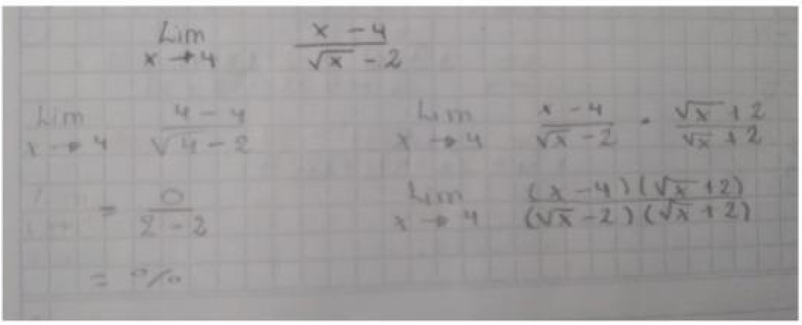
2. Multiplicar por el conjugado.

3. Simplificar el numerador aplicando la diferencia de cuadrados.

4. Cancelar términos o simplificar.

5. Sustituir de nuevo y calcular el valor final.

EJEMPLOS:



$$\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{4-4}{\sqrt{4}-2} = \frac{0}{2-2} = 0/0$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{1} - 1}{1 - 1} = \frac{1 - 1}{1 - 1} = 0/0$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x})^2 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x - 1)}}{\cancel{(x - 1)}(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1} + 1} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

LÍMITES CON LOGARITMOS

Los límites con logaritmos son un clásico. El secreto está en dominar sus propiedades claves y conocer los límites notables. Las propiedades de los logaritmos ayudan a acomodar la expresión antes de calcular cualquier límite.

Propiedades:

• Logaritmo de un producto:

• Logaritmo de un cociente:

• Logaritmo de una potencia:

Gráfico de límites logarítmicos

Es fundamental cómo se porta la función logarítmica natural en sus extremos. El logaritmo solo existe para números mayores que 0.

• Cuando tiende al infinito:

(Crece lentamente, pero siempre va al infinito).

• Cuando tiende a 0:

(Se pega hacia el eje y hacia abajo).

Límites notables con fórmulas directas

Para resolver límites notables siempre nos encontramos con una indeterminación.

Pasos para resolver

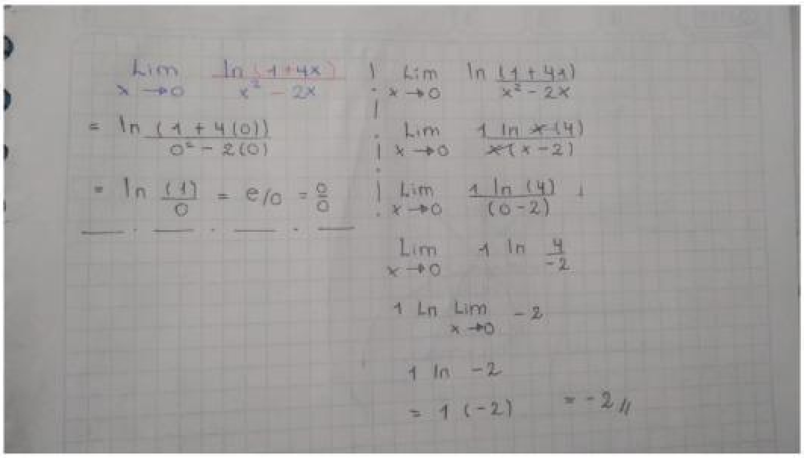
1. Encontramos la indeterminación.

2. Aplicamos diferentes propiedades.

3. Aplicamos cualquier propiedad vista.

4. Calculamos el nuevo límite.

EJEMPLO:



$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+4x)}{x^2-2x}$$

$$= \frac{\ln(1+4(0))}{0^2-2(0)}$$

$$= \ln \frac{(1)}{0} = e/0 = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 0} \ln \frac{(1+4x)}{x^2-2x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 \ln \cancel{x}(4)}{\cancel{x}(x-2)}$$

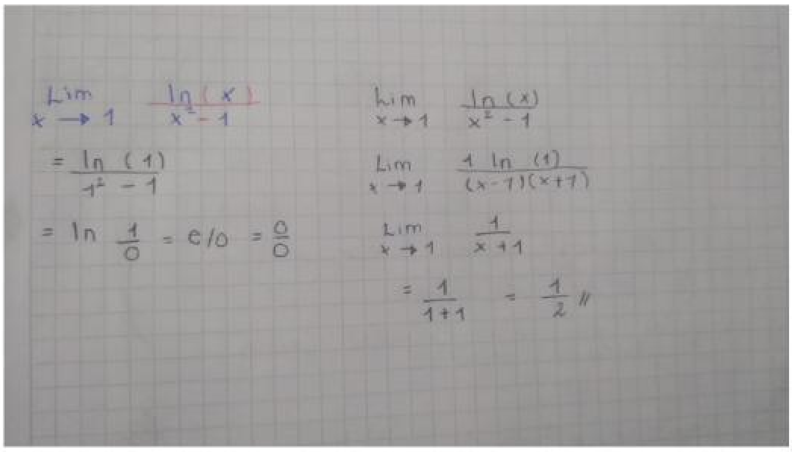
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 \ln (4)}{(0-2)}$$

$$\lim_{x \to 0} 1 \ln \frac{4}{-2}$$

$$1 \ln \lim_{x \to 0} -2$$

$$1 \ln -2$$

$$= 1(-2) = -2$$



$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x^2-1}$$

$$= \frac{\ln(1)}{1^2-1}$$

$$= \ln \frac{1}{0} = e/0 = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 \ln(1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

INDUCCIÓN A LA DERIVADA

La inducción a la derivada es la introducción al estudio de las derivadas en matemáticas.

La derivada sirve para analizar cómo cambia una cantidad respecto a otra. Se utiliza principalmente para estudiar la velocidad, el crecimiento y las pendientes de una gráfica.

Conceptos importantes

Cambio: Variación que ocurre en una cantidad.

Función: Relación entre dos variables, como $y = x^2$.

Variable independiente: Valor que se puede elegir libremente, normalmente x.

Variable dependiente: Valor que depende de la otra variable, normalmente y.

Pendiente: Inclinación de una recta.

Razón de cambio: Mide qué tan rápido cambia una variable.

Tangente: Recta que toca una curva en un solo punto.

Límite: Valor al que se aproxima una función.

Derivada: Herramienta matemática que calcula el cambio instantáneo.

Continuidad: Cuando una función no tiene cortes ni saltos.

¿Para qué sirven las derivadas?

Las derivadas se usan en:

Física

Ingeniería

Economía

Biología

Estadística

Movimiento y velocidad

Optimización de problemas

Idea principal

La derivada permite conocer:

Qué tan rápido cambia algo.

Si una función aumenta o disminuye.

La pendiente de una curva en un punto específico.

Fórmula general de la derivada

EJEMPLOS:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = 3x + 5$$

$$f(x+h) = 3(x+h) + 5$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{3(x+h) + 5 - (3x + 5)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{3x} + 3h \cancel{+5} \cancel{-3x} \cancel{-5}}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{3\cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$f'(x) = 3$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = 2x - 4$$

$$f(x+h) = 2(x+h) - 4$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{2(x+h) - 4 - (2x - 4)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{2x} + 2h \cancel{-4} \cancel{-2x} \cancel{+4}}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{2\cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$f'(x) = 2$$

ELABORADO POR: chavezvaleria8808@gmail.com