ADRIAN VARGAS

LÍMITES CON RAICES

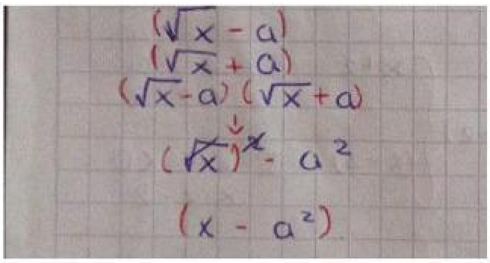
Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resulta en la indeterminación , el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: el conjugado

La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados.

Si tienes una raíz de , el conjugado será .

Al multiplicarlos, la raíz desaparece.



Pasos para resolver el límite:

1. Evaluar primero.

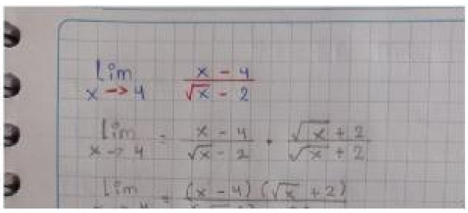
2. Multiplicar por el conjugado.

3. Simplificar el numerador aplicando la diferencia de cuadrados.

4. Cancelar términos o simplificar.

5. Sustituir de nuevo y calcular el valor final.

EJEMPLOS:



$$(\sqrt{x})^2 - 2^2$$

$$\lim_{x \to 4} = \frac{\cancel{(x-4)}(\sqrt{x}+2)}{\cancel{x-4}}$$

$$\lim_{x \to 4} = (\sqrt{x}+2)$$

$$\lim_{x \to 4} = (\sqrt{4}+2)$$

$$\lim_{x \to 4} = (2+2) = 4$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$\frac{\sqrt{1}-1}{1-1}$$

$$\frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\cancel{\sqrt{x}})^{\cancel{2}}-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\cancel{x-1}}{(\cancel{x-1})(\sqrt{x}+1}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

LÍMITES CON LOGARITMOS

Los límites con logaritmos son un clásico. El secreto está en dominar sus propiedades claves y conocer los límites notables. Las propiedades de los logaritmos ayudan a acomodar la expresión antes de calcular cualquier límite.

Propiedades:

• Logaritmo de un producto:

• Logaritmo de un cociente:

• Logaritmo de una potencia:

Gráfico de límites logarítmicos

Es fundamental cómo se porta la función logarítmica natural en sus extremos. El logaritmo solo existe para números mayores que 0.

• Cuando tiende al infinito:

(Crece lentamente, pero siempre va al infinito).

• Cuando tiende a 0:

(Se pega hacia el eje y hacia abajo).

Límites notables con fórmulas directas

Para resolver límites notables siempre nos encontramos con una indeterminación.

Pasos para resolver

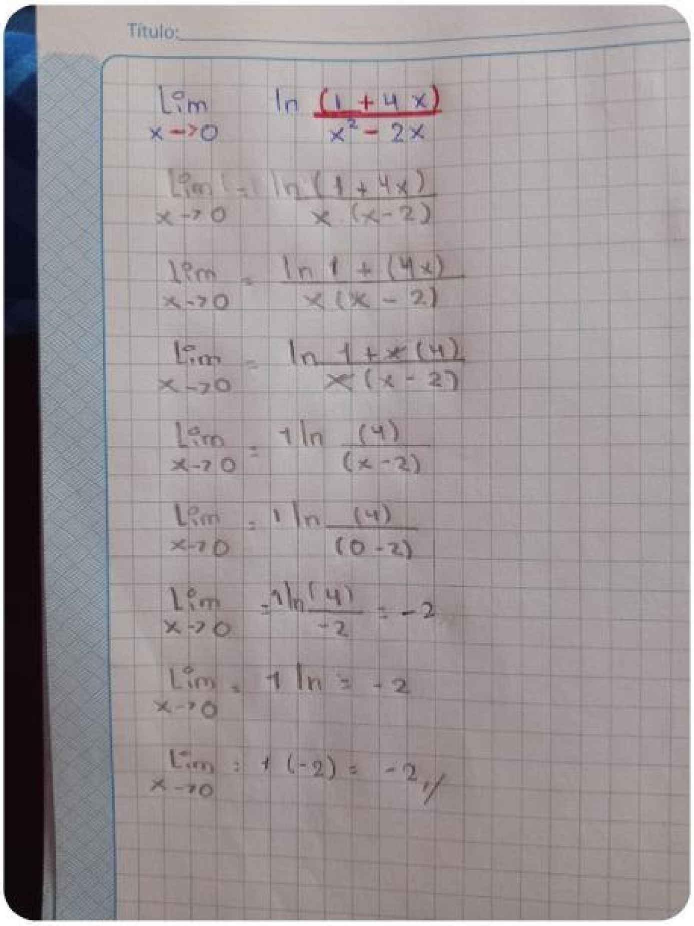
1. Encontramos la indeterminación.

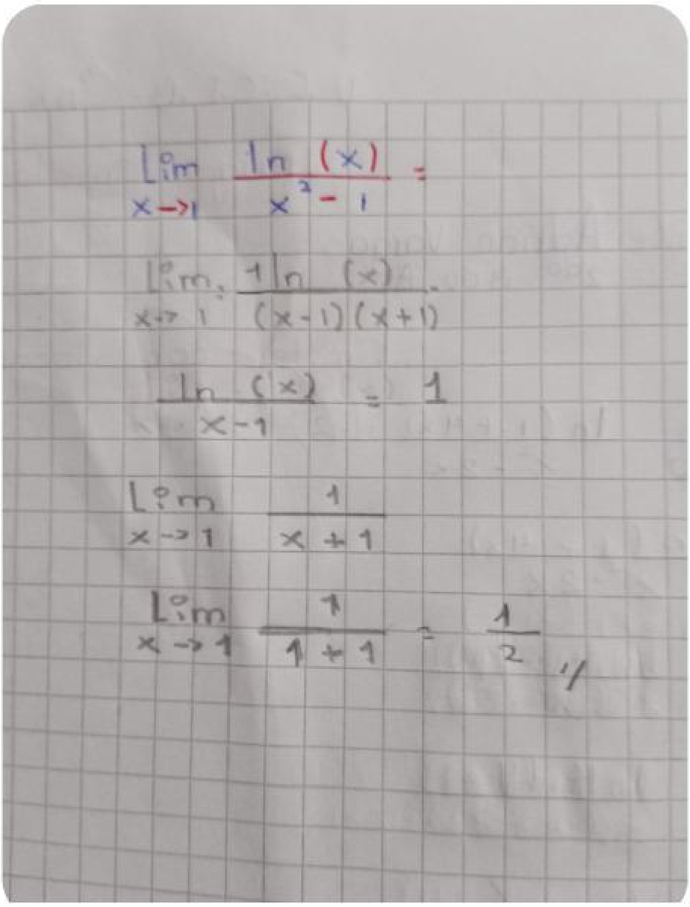
2. Aplicamos diferentes propiedades.

3. Aplicamos cualquier propiedad vista.

4. Calculamos el nuevo límite.

EJEMPLO:





INDUCCIÓN A LA DERIVADA

Derivada: cómo cambia algo "ahora mismo".

1. Problemas que resuelve

Con promedio solo sabes la velocidad total de un viaje. La derivada te da la velocidad exacta cuando miras el velocímetro.

2. Cómo se construye

Paso 1: Tomas 2 puntos de la curva: y .

Paso 2: Calculas la pendiente normal:

Paso 3: Haces cada vez más chico hasta 0. Ese valor límite es .

3. Qué significa el resultado

: subiendo en ese punto.

: bajando.

: plano, máximo o mínimo.

Ejemplo

Derivada: .

En , la pendiente es .

Significa que en la parábola sube "6 veces más rápido" de lo que avanza en .

Es básicamente "zoom infinito" a la curva hasta que se ve como recta.

EJMPLOS:

$f(x) = 3x + 5$

$f(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{3(x+h)+5-(3x+5)}{h}$

$f(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{3\cancel{h}}{\cancel{h}}$

$f(x) = \lim_{h \to 0} 3$

$f(x) = 3 //$

$f(x) = 3x + 5$

$f(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{3(x+h)+5-(3x+5)}{h}$

$f(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{3\cancel{h}}{\cancel{h}}$

$f(x) = \lim_{h \to 0} 3$

$f(x) = 3 //$

ELABORADO POR: adrianvargamk2122@gmail.com