

DILATASI (PERKALIAN)

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Petunjuk umum:

1. Buka GeoGebra Classic di komputer/ponsel Anda
2. Ikuti langkah-langkah yang tertera pada setiap aktivitas
3. Tulis hasil pengamatan dan kesimpulan pada kolom yang tersedia
4. Diskusikan temuan Anda bersama kelompok sebelum menyimpulkan

MENGENAL BERPIKIR KOMPUTASIONAL

Berpikir Komputasional adalah kemampuan berpikir logis dan sistematis dalam memecahkan masalah melalui pendekatan yang terstruktur. Berpikir komputasional tidak hanya berkaitan dengan pemrograman, tetapi juga relevan dalam pembelajaran matematika. Tabel berpikir komputasional:

Komponen	Aktivitas
Dekomposisi	Siswa dapat memecah permasalahan matematika kompleks menjadi bagian yang lebih sederhana.
Algoritma	Siswa dapat menyusun langkah-langkah penyelesaian secara sistematis.
Pengenalan Pola	Siswa dapat mengenali pola atau hubungan dalam suatu masalah.
Abstraksi	Siswa dapat menyederhanakan masalah sehingga memperoleh solusi yang tepat.

AKTIVITAS 4

DILATASI (PERKALIAN)

Tujuan Pembelajaran:

1. Memahami pengertian dilatasi.
2. Menentukan dilatasi titik pada pusat $(0,0)$.
3. Menentukan dilatasi titik pada pusat (a,b) .

PENGERTIAN

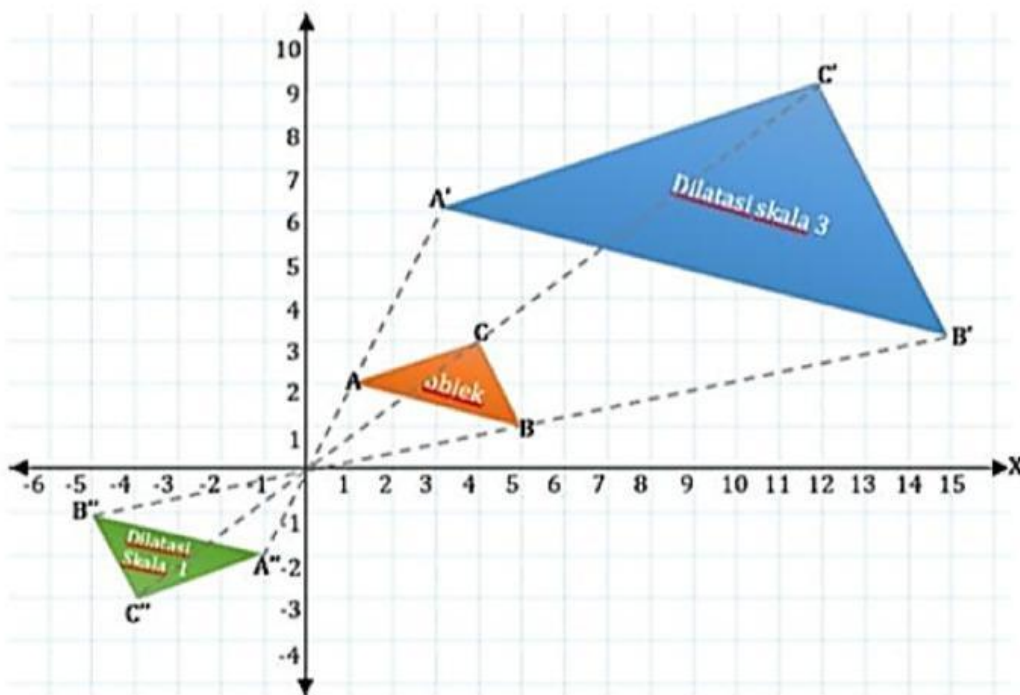
Dilatasi adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi.

Note:

1. **Jika $k > 1$** maka bangun akan diperbesar dan terletak searah terhadap sudut dilatasi dengan bangun semula.
2. **Jika $k = 1$** maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran dan letak.
3. **Jika $0 < k < 1$** maka bangun akan diperkecil dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
4. **Jika $-1 < k < 0$** maka bangun akan diperkecil dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
5. **Jika $k = -1$** maka bangun tidak akan mengalami perubahan bentuk dan ukuran dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
6. **Jika $k < -1$** maka bangun akan diperbesar akan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
7. Dilatasi memiliki 2 jenis yaitu; **Titik Pusat $(0,0)$ dan $P(a,b)$**

TAHAP 1 : DEKOMPOSISI MASALAH

Pernahkah anda mencetak foto atau pasfoto? ketika kita mencetak pasfoto kita biasanya diminta menyebutkan ukuran seperti 2 x 3, 3 x 4 ataupun 4 x 6. Mencetak pasfoto dalam berbagai ukuran yaitu memperbesar atau memperkecil merupakan salah satu ilustrasi Dilatasi dalam kehidupan sehari-hari. Untuk menambah pemahaman anda mengenai apa itu Dilatasi, maka silahkan perhatikan gambar di bawah ini:



Setelah mengamati gambar di atas, apa yang dapat anda ceritakan mengenai transformasi segitiga ABC? Bagaimana transformasi yang terjadi?



Tuliskan minimal 3 pertanyaan kecil yang muncul di benak Anda terkait masalah yang ada:

Pertanyaan 1:

Pertanyaan 2:

Pertanyaan 3:

TAHAP 2 : ALGORITMA (EKSPLORASI GEOGEBRA)

Ikuti langkah-langkah berikut secara berurutan:

Langkah 1 : Membuka GeoGebra

Pastikan anda sudah memiliki platform GeoGebra (bisa diakses pada Google/Chrome).

Link dapat diakses: <https://www.geogebra.org/classic>

Langkah 2 : Membuat Bangun Awal

Membuat Segitiga ABC

1. Pilih tool Polygon.
2. Klik tiga titik sembarang pada bidang koordinat.
3. Klik kembali titik pertama untuk menutup bangun.

Maka akan terbentuk segitiga ABC. Contoh: A(1,1), B(3,1), C(2,3)

Langkah 3 : Membuat Titik Pusat Dilatasi

1. Pilih tool Point.
2. Klik tepat di titik pusat koordinat.

Maka diperoleh: O(0,0) dan ini akan menjadi pusat dilatasi.

Langkah 4 : Membuat Slider Faktor Skala

Slider digunakan untuk mengubah faktor dilatasi secara langsung.


Cara membuat slider

1. Pilih tool Slider.
2. Klik pada area kosong.
3. Isi pengaturan berikut:

Bagian	Isi
Name	k
Min	-3
Max	5
incereement	0.1

TAHAP 2 : ALGORITMA (EKSPLORASI GEOGEBRA)

Langkah 5 : Melakukan Dilatasi Menggunakan Tool Dilate From Point

1. Pilih tool dilate from point. 
2. Klik segitiga ABC.
3. Klik titik pusat $O(0,0)$.
4. Akan muncul kotak "Scale Factor".

Isi dengan:

k

Bukan angka tetap seperti:

3

Tujuannya agar bangun yang dibuat akan berubah mengikuti perpindahan mengikuti slider.

Langkah 6 : Menguji Coba Dilatasi

Anda dapat menggeser slider k perlahan dan amati perubahan bangun.

Pengamatan yang diharapkan:

Nilai k	Hasil Dilatasi
Jika $k > 1$	Bangun diperbesar
Jika $k = 1$	Bangun tetap
Jika $0 < k < 1$	Bangun diperkecil
Jika $k = -1$	Bangun sama besar tetapi berlawanan arah
Jika $k < -1$	Bangun diperbesar dan berlawanan arah

TAHAP 3 : PENGENALAN POLA (PENGAMATAN)

Untuk memahami pengenalan pola Dilatasi, maka kita akan membahas mengenai jenis-jenis Dilatasi:

1. Dilatasi Terhadap Titik Pusat (0,0)

#Contoh Soal

Suatu objek berbentuk persegi panjang dengan titik sudut P(1,3), Q(4,3), R(1,2), S(4,2) dalam satuan cm pada bidang koordinat Cartesius. Objek tersebut ingin diperbesar 2 kali ukuran semula dengan pusat O(0,0). Tentukan bentuk banyangan yang terjadi!

Penyelesaian:

Terhadap titik P(1,3)

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \\ P' &= \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Terhadap titik Q(4,3)

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \\ Q' &= \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Terhadap titik R(1,2)

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ R' &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Terhadap titik S(4,2)

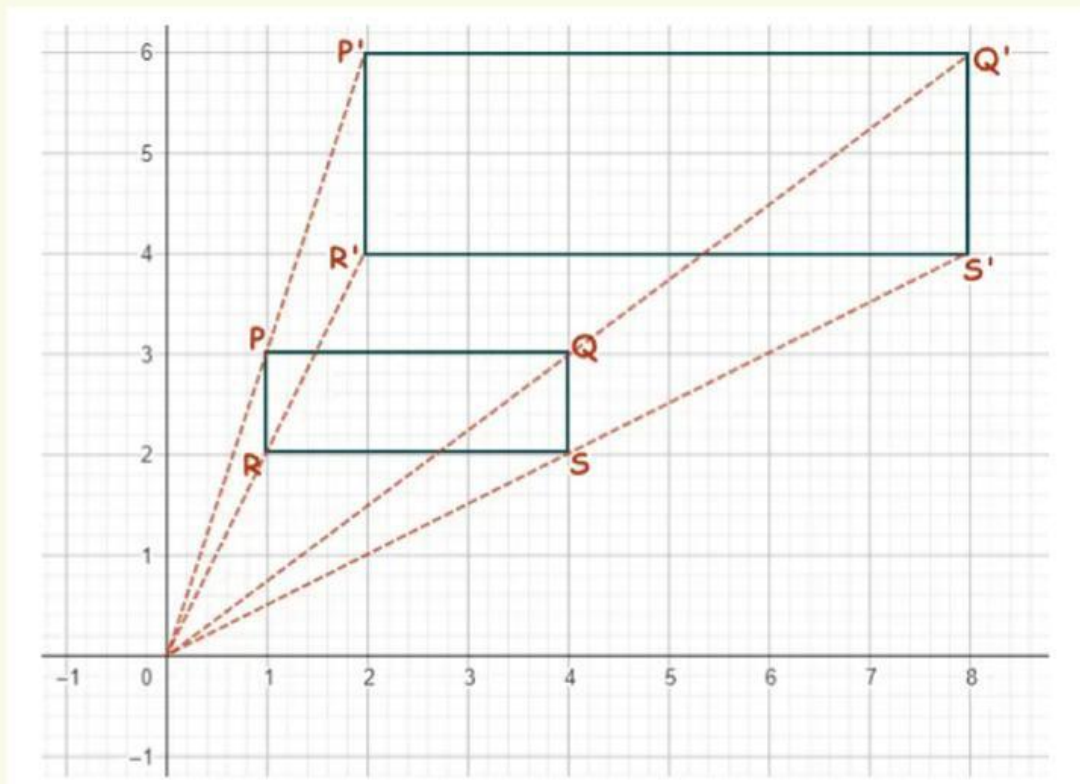
$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \\ S' &= \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

TAHAP 3 : PENGENALAN POLA (PENGAMATAN)

Sehingga bayangan yang diperoleh:

Titik Awal	Koordinat	Titik Akhir	Koordinat
P	(1,3)	P'	(2,6)
Q	(4,3)	Q'	(8,6)
R	(1,2)	R'	(2,4)
S	(4,2)	S'	(8,4)

Jika digambarkan dalam koordinat Cartesius, menjadi:



TAHAP 3 : PENGENALAN POLA (PENGAMATAN)

2. Dilatasi Terhadap Titik Pusat $P(a,b)$

#Contoh Soal

Suatu segitiga ABC memiliki titik koordinat $A(4,6)$, $B(2,2)$, dan $C(6,2)$. Jika segitiga tersebut didilatasi terhadap titik pusat $(2,-2)$ dengan faktor pengali $k = -1/2$, tentukan gambar objek beserta hasil dilatasinya!

Penyelesaian:

Terhadap titik $A(4,6)$, $k = -1/2$

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 6 - (-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \\ A' &= \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Terhadap titik $B(2,2)$, $k = -1/2$

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 - 2 \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \\ B' &= \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Terhadap titik $C(6,2)$, $k = -1/2$

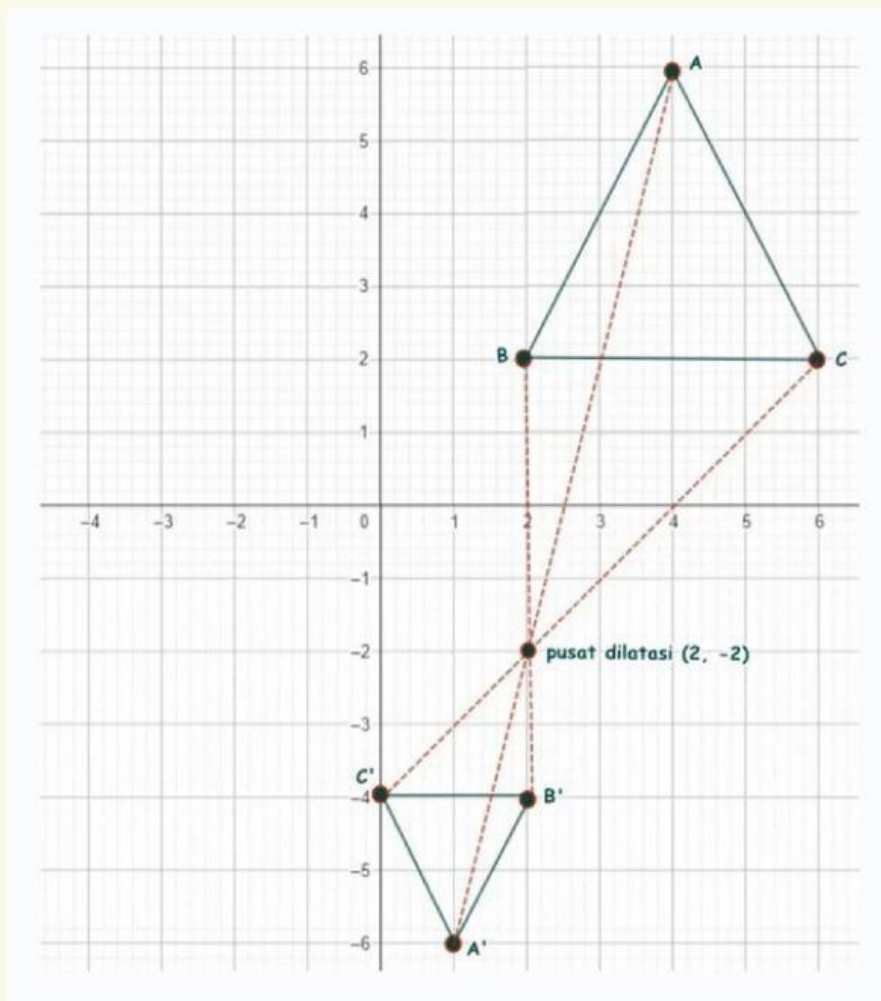
$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 - 2 \\ 2 - (-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \\ C' &= \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

TAHAP 3 : PENGENALAN POLA (PENGAMATAN)

Sehingga bayangan yang diperoleh:

Titik Awal	Koordinat	Titik Akhir	Koordinat
A	(4,6)	A'	(1,-6)
B	(2,2)	B'	(2,-4)
C	(6,2)	C'	(0,-4)

Jika titik-titik tersebut disubsiyusikan ke dalam koordinat Cartesius, akan diperoleh gambar sebagai berikut:



TAHAP 3 : PENGENALAN POLA (PENGAMATAN)

Dari contoh-contoh soal dan pembahasan pada slide sebelumnya, untuk mempermudah pengamatan kamu terhadap pola Dilatasi nya maka isilah titik-titik pada kolom tabel pengamatan dengan mengikuti petunjuk pengamatan berikut:

Langkah 1 : Membuat Titik

Buatlah 2 hingga 4 titik bebas pada bidang koordinat di GeoGebra Classic. Pilih posisi titik sesukamu, pastikan setiap titik berada pada koordinat bilangan bulat agar mudah diamati.

Langkah 2 : Mencatat Koordinat

Catat koordinat setiap titik yang telah kamu buat ke dalam tabel pengamatan. Tuliskan dalam bentuk (x,y) .

Langkah 3 : Melakukan Dilatasi

Lakukan dilatasi pada setiap titik dengan dua kondisi berikut:

- Kondisi A \longrightarrow Titik pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala k yang kamu temukan sendiri.
- Kondisi B \longrightarrow Titik pusat $P(a,b)$ dengan faktor skala k yang sama.

Langkah 4 : Mengamati Bayangan

Perhatikan posisi bayangan setiap titik yang dihasilkan pada GeoGebra. Catat koordinat bayangannya ke dalam tabel pengamatan.

Langkah 5 : Mengisi Tabel

Lengkapi tabel pengamatan di bawah ini berdasarkan hasil eksplorasi yang telah kamu lakukan!

TAHAP 3 : PENGENALAN POLA (PENGAMATAN)

TABEL PENGAMATAN

Titik Awal	Koordinat	k	Titik Akhir	Koordinat
A			A'	
B			B'	
C			C'	
D			D'	
P			P'	
Q			Q'	
R			R'	

● Titik Pusat $O(0,0)$

● Titik Pusat $P(a,b)$

TAHAP 3 : PENGENALAN POLA (PENGAMATAN)

Setelah mengamati kedua jenis Dilatasi pada slide sebelumnya maka, isilah pola yang kamu pahami terkait rumus-rumus Dilatasi berikut:

1. Dilatasi Terhadap titik Pusat $O(0,0)$

$$A(\dots, \dots) \xrightarrow{D(\dots, \dots)} A'(\dots, \dots)$$

Titik (x,y) didilatasikan dengan faktor skala k terhadap titik pusat $O(0,0)$ menghasilkan bayangan titik (x',y') dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & 0 \\ 0 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

2. Dilatasi Terhadap titik Pusat $P(a,b)$

$$A(\dots, \dots) \xrightarrow{D(\dots, \dots), k} A'(\dots, \dots)$$

Titik (x,y) didilatasikan terhadap titik pusat $P(a,b)$ dengan faktor skala k . Langkah berpikirnya adalah:

Langkah	Proses	Hasil
1	Hitung selisih posisi titik terhadap pusat	$(x-a)$ dan $(y-b)$
2	Kalikan selisih dengan faktor skala k	$k(x-a)$ dan $k(y-b)$
3	Tambahkan kembali koordinat pusat $P(a,b)$	$a+k(x-a)$ dan $b+k(y-b)$

Dalam persamaan matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots + k(\dots) \\ \dots + k(\dots) \end{pmatrix}$$

TAHAP 4 : ABSTRAKSI

Setelah melakukan eksplorasi pada GeoGebra, kini saatnya kamu menarik kesimpulan dan menemukan pola umum dari konsep Dilatasi. Jawablah pertanyaan berikut berdasarkan pemahamanmu!

Pertanyaan 1

Dari seluruh kegiatan yang telah kamu lakukan, informasi apa saja yang wajib diketahui untuk melakukan dilatasi suatu titik? (Tuliskan dalam bentuk daftar unsur-unsur yang diperlukan)

Pertanyaan 2

Berdasarkan hasil eksplorasimu, lengkapi pernyataan berikut:

“Jika sebuah titik $A(x,y)$ didilatasikan dengan faktor skala k terhadap pusat $O(0,0)$, maka koordinat bayangannya adalah $A'(\dots,\dots)$ sehingga rumus umumnya dapat ditulis:

Pertanyaan 3

Berdasarkan eksplorasi yang telah kamu lakukan pada GeoGebra, jawablah pertanyaan berikut:

- Apakah bayangan diperbesar atau diperkecil? Berada di sisi mana terhadap pusat?
- Apakah bayangan diperbesar atau diperkecil? Seberapa dekat dengan pusat dilatasi?
- Bagaimana arah bayangan terhadap titik aslinya?
- Dari ketiga kondisi di atas, apa pola umum yang dapat kamu simpulkan tentang pengaruh k terhadap hasil dilatasi?

TAHAP 4 : ABSTRAKSI

Pertanyaan 4

Jika jarak titik A ke pusat O adalah d , bagaimana jarak bayangan A' ke pusat O setelah dilatasi dengan skala k ?

Apa kesimpulanmu tentang hubungan faktor skala k dengan jarak bayangan ke pusat?

Pertanyaan 5

Jika titik $A(x,y)$ dilatasi terhadap pusat $P(a,b)$ dengan faktor skala k , rumuskan koordinat bayangannya secara umum:

$$x' = \dots \text{ dan } y' = \dots$$

Apa perbedaan mendasar antara dilatasi berpusat di $O(0,0)$ dan berpusat di $P(a,b)$?

Pertanyaan 6

Setelah seluruh aktivitas yang telah kamu ikuti, maka berikanlah jawaban pada soal di slide 3 Dekomposisi Masalah yang berisi;

“Setelah mengamati gambar di atas, apa yang dapat anda ceritakan mengenai transformasi segitiga ABC? Bagaimana transformasi yang terjadi?”

REFLEKSI AKTIVITAS 4

Isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan teman-teman ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No	Kemampuan Diri	Ya / Tidak
1	Apakah teman-teman memahami pengertian dilatasi?	
2	Apakah teman-teman dapat menentukan dilatasi titik terhadap pusat $(0,0)$?	
3	Apakah teman-teman dapat menentukan dilatasi titik terhadap pusat (a,b) ?	

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pada kegiatan pembelajaran aktivitas 3, Bila semua jawaban "Ya", maka teman-teman dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.