LEMBAR KERJA MURID

LINGKARAN

Mata Pelajaran	:	Matematika
Fase/Kelas/Semester	:	F/XI/Genap
Elemen	:	Geometri
Capain Pembelajaran	:	Pada akhir fase F, peserta didik memiliki kemampuan untuk merumuskan persamaan lingkaran secara analitis berdasarkan titik pusat dan jari-jari yang diketahui, serta mampu mengilustrasikan persamaan tersebut ke dalam bidang Kartesius untuk memvisualisasikan hubungan antara representasi simbolik dan grafisnya. Lebih lanjut, peserta didik dapat mengidentifikasi dan menganalisis sifat-sifat geometri yang terkandung dalam persamaan lingkaran, seperti menentukan posisi titik atau garis terhadap lingkaran, guna memecahkan berbagai permasalahan matematis yang relevan secara akurat.
Konten	:	Lingkaran
Kompetensi/Pengembangan	:	Merumuskan dan mengilustrasikan
Metode Pembelajaran	:	Diskusi
Alur Tujuan Pembelajaran	:	Kegiatan pembelajaran seharusnya memampukan peserta didik untuk (*Instructional programs should enable all students to*): merumuskan persamaan lingkaran, baik yang berpusat di titik $O(0,0)$ maupun $P(ab)$, serta mengilustrasikannya ke dalam koordinat Kartesius secara akurat. Melalui proses ini, peserta didik dapat mengaitkan representasi aljabar dari bentuk umum persamaan lingkaran dengan visualisasi grafisnya untuk memahami konsep dasar lingkaran secara utuh.

LIVEWORKSHEETS

PERTEMUAN 1: MERUMUSKAN PERSAMAAN LINGKARAN

A. Orientasi Pada Masalah

1. Sebuah radar pemantau cuaca diletakkan pada titik asal koordinat $O(0,0)$. Radar tersebut memiliki jangkauan deteksi awan mendung sejauh r satuan. Jika terdapat sebuah titik awan $A(x, y)$ yang berada tepat di batas terluar jangkauan radar, analisislah hubungan antara koordinat x, y dan jari-jari r untuk merumuskan persamaan jangkauan radar tersebut!
2. Sebuah pemancar radio terletak pada koordinat $P(a, b)$. Kekuatan sinyal pemancar tersebut mampu mencapai radius $r\ km$. Sebuah perangkat penerima berada pada posisi $Q(x, y)$ tepat di batas sinyal terluar. Analisislah posisi perangkat tersebut terhadap pemancar untuk menemukan rumus umum yang menghubungkan titik (x, y) dengan pusat (a, b) dan radius r!
3. Seorang siswa menyatakan bahwa semua persamaan yang memiliki bentuk $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ pasti akan membentuk sebuah grafik lingkaran yang nyata di bidang Kartesius selama koefisien x^2 dan y^2 adalah sama. Diberikan persamaan: $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 15 = 0$.
   a) Evaluasilah kebenaran pernyataan siswa tersebut berdasarkan hasil analisis terhadap persamaan yang diberikan.
   b) Buktikan melalui perhitungan apakah persamaan tersebut membentuk lingkaran nyata, titik, atau tidak memiliki grafik sama sekali (lingkaran imajiner).
   c) Simpulkan syarat apa yang harus dipenuhi oleh nilai A, B, dan C agar persamaan umum tersebut benar-benar membentuk lingkaran nyata.

B. Mengorganisasikan Peserta Didik untuk Belajar

Silakan tuliskan nama anggota kelompokmu di bawah ini:

LIVEWORKSHEETS

C. Membimbing Penyelidikan

1. Langkah Penyelesaian Soal Nomor 1 (Persamaan Lingkaran Pusat di $O(0, 0)$

a) Memahami Masalah:

Diketahui :

Ditanya :

b) Menyusun Rencana:

Gunakan rumus jarak antara dua titik (atau teorema Pythagoras) karena jarak OA adalah jari-jari r

c) Melaksanakan Rencana:

$jarak$ =

r =

r =

Kuadratkan kedua sisi:

d) Memeriksa Kembali:

Persamaan merepresentasikan semua titik yang berjarak .

2. Langkah Penyelesaian Soal Nomor 2 (Persamaan Lingkaran Berpusat di P(a, b)

a) Memahami Masalah:

Diketahui :

LIVEWORKSHEETS

Ditanya :

b) Menyusun Rencana:

Gunakan Menerapkan prinsip jarak antara dua titik P dan Q yang harus selalu sama dengan r.

c) Melaksanakan Rencana:

$jarak\ PQ \quad =$

$r \quad =$

Kuadratkan kedua sisi :

d) Memeriksa Kembali:

Jika $a = 0$ dan $b = 0$, rumus kembali ke bentuk standar , sehingga rumus ini valid untuk pusat mana pun.

3. Langkah Penyelesaian Soal Nomor 3 (Persamaan Umum Lingkaran)

a) Memahami Masalah:

Diketahui:

Ditanya:

LIVEWORKSHEETS

b) Menyusun Rencana:

- Mengubah bentuk umum ke bentuk baku [ ]
- Memeriksa nilai r^2 (jari-jari kuadrat). Jika [ ] maka lingkaran nyata, jika [ ] maka berupa titik, jika [ ] maka imajiner.

c) Melaksanakan Rencana:

- Kelompokkan variabel: [ ]
- Lengkapi kuadrat sempurna:

[ ] = [ ]

[ ] = [ ]

- Ditemukan bahwa nilai [ ]
- Karena nilai [ ] adalah bilangan imajiner (tidak ada bilangan real yang dikuadratkan menghasilkan negatif), maka persamaan tersebut [ ] .

d) Memeriksa Kembali:

- Evaluasi Pernyataan: Pernyataan siswa tersebut salah. Tidak semua bentuk [ ] membentuk [ ].
- Kesimpulan Syarat: Agar persamaan umum membentuk lingkaran nyata, syarat mutlaknya adalah nilai kuadrat jari-jari harus positif:

[ ]

D. Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya

Presetasikanlah Hasil Kerja Kelompokmu

E. Analisis & Evaluasi

1. Tuliskan kesimpulanmu: Apa perbedaan mendasar antara persamaan lingkaran yang berpusat di $O(0,0)$ d engan yang berpusat di $P(a,b)$?

LIVEWORKSHEETS

PERTEMUAN 2: VISUALISASI LINGKARAN PADA KARTESIUS

A. Orientasi Pada Masalah

1. Sebuah pemancar sinyal Wi-Fi diletakkan tepat di titik pusat koordinat Kartesius. Jangkauan sinyalnya membentuk lingkaran sempurna yang menyentuh sebuah titik koordinat A(3,−4). Ilustrasikan posisi pemancar dan titik tersebut ke dalam sebuah sketsa, lalu tentukan persamaan lingkaran jangkauan Wi-Fi tersebut.
2. Sebuah taman berbentuk lingkaran akan dibangun dengan titik pusat di $P(-2,5)$. Jika taman tersebut direncanakan memiliki jari-jari sepanjang 4 meter, tentukan persamaan lingkaran taman tersebut dalam bentuk baku $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.
3. Diberikan sebuah ilustrasi lingkaran yang memiliki titik pusat di $P(-1,2)$ dan memiliki jari-jari sebesar $\sqrt{5}$. Ubahlah bentuk ilustrasi geometris tersebut menjadi bentuk persamaan umum lingkaran $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ melalui analisis penjabaran aljabar.

B. Mengorganisasikan Peserta Didik untuk Belajar

Silakan tuliskan nama anggota kelompokmu di bawah ini:

LIVEWORKSHEETS

C. Membimbing Penyelidikan

1. Langkah Penyelesaian Soal Nomor 1 (Persamaan Lingkaran Pusat di $O(0,0)$

a) Memahami Masalah:

Diketahui:

Ditanya:

b) Menyusun Rencana:

Ilustrasikan bahwa jarak dari pusat $(0,0)$ ke titik $(3,-4)$ adalah jari-jari (r). Kita perlu mencari nilai r menggunakan rumus jarak atau Pythagoras, lalu memasukkannya ke rumus : .

(gambarkan menggunakan aplikasi desmos atau geogebra)

Desmos: https://youtu.be/_hMEC0L1Y-8?si=x5-55qcD0aTCLdJ2

Geogebra: https://youtu.be/p4BZjyJBYLI?si=nqyPv9Oh2mLI2bb_

LIVEWORKSHEETS

c) Melaksanakan Rencana:

[ ] = [ ]

[ ] = [ ]

[ ] = [ ]

[ ] = [ ]

Maka persamaan lingkarannya adalah [ ]

d) Memeriksa Kembali:

Titik [ ] jika dimasukkan ke persamaan

[ ] (Benar).

Tampilkan gambar yang sudah kalian buat di aplikasi desmos/geogebra pada kotak di bawah ini.

LIVEWORKSHEETS

2. **Langkah Penyelesaian Soal Nomor 2 (Persamaan Lingkaran Berpusat di P(a, b)**

a) **Memahami Masalah:**

Diketahui:

Ditanya:

b) **Menyusun Rencana:**

Menerapkan nilai $a, b,$ dan r ke dalam rumus

c) **Melaksanakan Rencana:**

=

=

d) **Memeriksa Kembali:**

Jika kita masukkan pusat maka yang benar untuk titik pusat. Jari-jari kuadratnya adalah 16, sesuai dengan .

Tampilkan gambar yang sudah kalian buat di aplikasi desmos/geogebra pada kotak di bawah ini.

LIVEWORKSHEETS

3. **Langkah Penyelesaian Soal Nomor 2 (Persamaan Umum Lingkaran)**

a) **Memahami Masalah:**

Diketahui:

Ditanya:

b) **Menyusun Rencana:**

Jabarkan bentuk kuadrat sempurna dan pindahkan semua suku ke ruas kiri agar ruas kanan menjadi nol.

c) **Melaksanakan Rencana:**

$=$

$=$

Misalkan: ,dan

Maka diperoleh

d) **Memeriksa Kembali:**

Bentuk ini adalah persamaan polinomial derajat dua dalam x dan y di mana koefisien x^2 dan y^2 adalah sama (satu).

LIVEWORKSHEETS

Tampilkan gambar yang sudah kalian buat di aplikasi desmos/geogebra pada kotak di bawah ini.

D. Mengembangkan Hasil Karya

Presetasikanlah Hasil Kerja Kelompokmu

E. Analisis & Evaluasi

1. Bagaimana pembelajaran hari ini? Apakah menyenangkan?
2. Buatlah kesimpulan tentang materi pembelajaran hari ini!

F. Asesmen

1. Sebuah mercusuar terletak di titik pusat koordinat $O(0,0)$. Lampu mercusuar tersebut memiliki jangkauan cahaya maksimum sejauh 12 km ke segala arah. Analisislah bagaimana bentuk persamaan matematis yang merepresentasikan batas terluar jangkauan cahaya mercusuar tersebut dan tentukan koordinat kapal jika kapal tersebut berada tepat di batas cahaya pada sumbu X negatif.
2. Seorang pramuka menancapkan patok utama tenda di koordinat $P(4,-3)$. Ia ingin membuat pembatas area tenda berbentuk lingkaran

LIVEWORKSHEETS

dengan jari-jari $\sqrt{20}$ meter. Rumuskan persamaan area pembatas tersebut kemudian gambar dan jelaskan di kuadran mana saja area tenda tersebut berada.

3. Sebuah Sebuah router Wi-Fi diletakkan di titik $A(2,3)$. Sinyal router tersebut diketahui dapat menjangkau sebuah laptop yang berada di posisi $B(5,7)$ tepat di batas terluar sinyalnya. Rumuskan persamaan jangkauan sinyal Wi-Fi tersebut dan tentukan apakah seseorang yang berada di posisi $(6,2)$ masih dapat terhubung ke Wi-Fi.
4. Penampang sebuah pipa besar pada koordinat Kartesius memiliki titik ujung diameter di koordinat $K(-2,1)$ dan $L(4,9)$. Tentukan persamaan lingkaran penampang pipa tersebut dan gambarkan letak titik pusatnya secara akurat.
5. Seorang arsitek ingin mendesain kolam ikan berbentuk lingkaran yang menyinggung garis pagar $y = 10$. Pusat kolam direncanakan berada pada garis $y = 2x$ dan juga harus melewati titik $(2,6)$.
   a) Analisislah hubungan antara pusat (h,k) dengan garis singgung tersebut untuk merumuskan jari-jari.
   b) Temukan persamaan lingkaran kolam tersebut.
   c) Jika arsitek ingin memperbesar luas kolam menjadi dua kali lipat dengan pusat yang sama, bagaimanakah perubahan pada persamaan umumnya.

LIVEWORKSHEETS