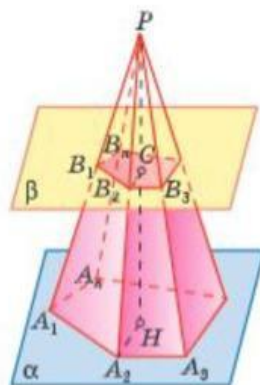


Возьмём произвольную пирамиду $PA_1A_2...A_n$ проведём секущую плоскость β , параллельную плоскости α основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках $B_1, B_2, ..., B_n$ (рис. 83). Плоскость β разбивает пирамиду на два многогранника. Многогранник, гранями которого являются n -угольники $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$ (нижнее и верхнее основания), расположенные в параллельных плоскостях, и n четырёхугольников $A_1A_2B_1B_2, A_2A_3B_2B_3, ..., A_nA_1B_nB_1$ (боковые грани), называется усечённой пирамидой. Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, ..., A_nB_n$ называются боковыми рёбрами усечённой пирамиды. Усечённую пирамиду с основаниями $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$ обозначают так: $A_1A_2...A_nB_1B_2...B_n$.

Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется высотой усечённой пирамиды. На рисунке 83 отрезок PH является высотой усечённой пирамиды. Докажем, что боковые грани усечённой пирамиды — трапеции. Рассмотрим, например, боковую грань $A_1A_2B_1B_2$ (см. рис. 83). Стороны A_1A_2 и B_1B_2 параллельны, поскольку принадлежат прямым, по которым плоскость PA_1A_2 пересекается с параллельными плоскостями α и β . Две другие стороны A_1B_1 и A_2B_2 этой грани не параллельны — их продолжения пересекаются в точке P . Поэтому данная грань — трапеция. Аналогично можно доказать, что и остальные боковые грани — трапеции.

Усечённая пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основания правильной усечённой пирамиды — правильные многоугольники, а боковые грани — равнобедренные трапеции (докажите это). Высоты этих трапеций называются апофемами. Площадь боковой поверхности усечённой пирамиды называется суммой площадей её боковых граней.

Теорема. Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полу-суммы периметров оснований на апофему.



Усечённая пирамида

Рис. 83

Таким образом,

1. Нижнее основание — это исходное основание полной пирамиды.
2. Верхнее основание — это многоугольник, полученный в сечении. Он подобен многоугольнику, лежащему в нижнем основании.
3. Основания — правильные многоугольники.
4. $S_{\text{бок}} = \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot a$