

Lembar Kerja Peserta Didik

# 1 LKPD 2 Matematika

Sistem Persamaan Linear  
(SPLDV & SPLTV)



Nama : \_\_\_\_\_

Kelas : \_\_\_\_\_

# (SPLDV & SPLTV)

## Petunjuk Penggunaan LKPD

- Bacalah doa sebelum mengerjakan
- Baca materi dan soal dengan seksama
- Kerjakan soal dengan jawaban yang tepat

## Tujuan Pembelajaran

- Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel melalui metode eliminasi dan substitusi berdasarkan soal yang diberikan dengan tepat minimal 80% kebenaran.
- Peserta didik mampu memodelkan dan menyelesaikan masalah kontekstual ke dalam bentuk SPLDV berdasarkan permasalahan sehari-hari yang disajikan dengan langkah penyelesaian yang benar dan sistematis.
- Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel menggunakan metode eliminasi bertahap dari soal yang diberikan dengan hasil yang benar minimal 80%.
- Peserta didik mampu menyusun model matematika SPLTV dari masalah kontekstual berdasarkan informasi yang diberikan dalam soal secara tepat dan lengkap.
- Peserta didik dapat menentukan jenis solusi dari sistem persamaan yang diberikan dengan alasan yang logis dan benar.



# SPLDV

## (Sistem Persamaan Linear Dua Variabel)

SPLDV adalah suatu sistem persamaan yang terdiri dari dua persamaan linear yang memuat dua variabel dan berbentuk  $\begin{cases} ax + by = c \\ x + qy = r \end{cases}$  dengan  $a, b, c, p, q, r \in \mathbb{R}$  dan  $a, b, p, q \neq 0$

Contoh:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p + q = 8 \\ 2p + 2q = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 7 \\ 9a - 6b = 21 \end{cases}$$

- Cara untuk menyelesaikan SPLDV:
- Cara eliminasi
- Cara substitusi
- Cara gabungan eliminasi - substitusi

Contoh

Selesaikan persamaan  $\begin{cases} 6x - y = 14 \\ 3x + 4y = -2 \end{cases}$

Penyelesaian

❖ Cara eliminasi

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi  $y$  pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots |\times 2| \rightarrow 24x - 4y = 56 \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots |\times 1| \rightarrow 3x + 4y = -2 \end{cases} \\ \hline 27x = 54 \\ x = 2 \end{array} +$$



Dengan mengeliminasi  $x$  pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} 6x - y = 14 \quad \dots \dots \dots | \times 1 | \rightarrow 6x - y = 14 \\ 3x + 4y = -2 \quad \dots \dots \dots | \times 2 | \rightarrow 6x + 8y = -4 \end{array} \right. - \\ \hline -9y = 18 \\ y = -2 \end{array}$$

Jadi, penyelesaiannya adalah  $(2, -2)$

❖ **Cara substitusi**

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots \dots \dots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

Dari persamaan (1) diperoleh:

$$\begin{aligned} 6x - y &= 14 \\ y &= 6x - 14 \end{aligned}$$

Persamaan (1) disubstitusikan pada persamaan (2), diperoleh:

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= -2 \\ 3x + 4(6x - 14) &= -2 \\ 3x + 24x - 56 &= -2 \\ 27x - 56 &= -2 \\ 27x &= -2 + 56 \\ 27x &= 54 \\ x &= \frac{54}{27} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Substitusi nilai  $x = 2$  pada persamaan  $y$

$$\begin{aligned} y &= 6(2) - 14 \\ y &= 12 - 14 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

Jadi penyelesaiannya adalah  $(2, -2)$

❖ **Cara gabungan eliminasi - substitusi**

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots \dots \dots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi  $y$  pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{r} 6x - y = 14 \quad \dots \dots \dots | \times 4 | \rightarrow 24x - 4y = 56 \\ 3x + 4y = -2 \quad \dots \dots \dots | \times 1 | \rightarrow 3x + 4y = -2 \\ \hline 27x = 54 \rightarrow x = 2 \end{array} +$$

$x = 2$  disubstitusikan pada persamaan (2), diperoleh:

$$\begin{aligned}3x + 4y &= -2 \\3(2) + 4y &= -2 \\6 + 4y &= -2 \\4y &= -2 - 6 \\4y &= -8 \\y &= \frac{-8}{4} \\y &= -2\end{aligned}$$

Jadi penyelesaiannya adalah  $(2, -2)$

### ➤ Penerapan SLDV

#### Contoh:

Empat tahun yang lalu umur Andi  $\frac{1}{2}$  umur Rudi. Empat tahun yang akan datang umur Andi  $\frac{3}{4}$  umur Rudi

- Tentukan model matematika dari masalah tersebut
- Berapa umur rudi sekarang

#### Penyelesaian:

a) Model matematika dari masalah tersebut , sebagai berikut:

Misal:

$x$  = Umur Andi sekarang

$y$  = Umur Rudi sekarang

$$\begin{cases}y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4) & \dots \dots \dots (1) \\y + 4 = \frac{3}{4}(x + 4) & \dots \dots \dots (2)\end{cases}$$

b) Umur Rudi sekarang

Dari persamaan (1) diperoleh

$$y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}x - 2$$

$$y = \frac{1}{2}x - 2 + 4$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$





$$\frac{\dots}{\dots}x - \frac{\dots}{\dots}x = \dots - \dots$$

$$-\frac{1}{4}x = -\dots$$

$$x = -\dots(-\dots)$$

$$x = \dots$$

✓ **SOAL**

1. Selesaikan sistem persamaan  $\begin{cases} 7x - y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$  dengan menggunakan cara eliminasi

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari  $\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$  dengan menggunakan cara substitusi

3. Tentukan nilai  $2p - q$  dari  $\begin{cases} p + 3q = -3 \\ 2p - q = 15 \end{cases}$  dengan menggunakan cara gabungan eliminasi - substitusi

**Penyelesaian:**

$$\begin{cases} p + 3q = -3 & \dots \dots \dots (1) \\ 2p - q = 15 & \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi y pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{r} p + 3q = -3 \quad \dots \dots \dots | \times 1 | \rightarrow \dots + \dots = -3 \\ 2p - q = 15 \quad \dots \dots \dots | \times \dots | \rightarrow \dots - 3q = \dots \\ \hline \dots p = \dots \rightarrow p = \dots \end{array}$$

Substitusi  $p = 6$  pada persamaan (1)

$$\dots + \dots q = \dots$$

$$\dots + \dots q = -3$$

$$\dots q = \dots$$

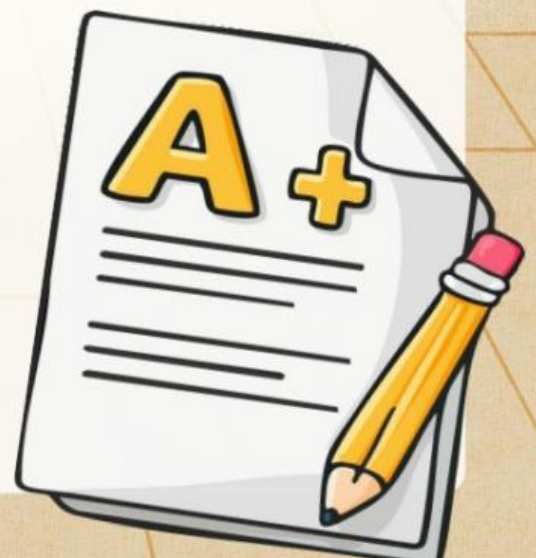
$$q = \dots$$

Jadi, nilai dari  $2p - q = 2(\dots) - (\dots) = \dots + \dots = \dots$

4. Hitunglah nilai  $(x + y)(x - y)$  dari sistem persamaan  $\begin{cases} \frac{x-y}{3} = \frac{y-1}{4} \\ \frac{4x-5y}{7} = x - 7 \end{cases}$

5. Sebuah pabrik memproduksi dua jenis barang, yaitu barang A dan barang B. Dalam satu hari, total produksi kedua barang tersebut adalah 120 unit. Biaya produksi untuk satu unit barang A adalah Rp5.000 dan barang B adalah Rp8.000. Jika total biaya produksi dalam satu hari adalah Rp780.000, tentukan:

- Banyak barang A yang diproduksi
- Banyak barang B yang diproduksi
- Selesaikan menggunakan substitusi !



# SPLTV

## (Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel)

SPLTV adalah suatu sistem persamaan yang terdiri dari tiga persamaan linear yang memuat tiga variabel dan mempunyai bentuk umum

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Contoh:

$$a) \begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x+y+z+7}{x+y} = 2 \\ \frac{x+y+z-1}{y} = 3 \\ \frac{y+z+9}{x-1} = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Cara yang digunakan untuk menyelesaikan SPLTV:

❖ Cara substitusi

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari  $\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$

Penyelesaian:

$$\begin{cases} x - y + 2z = -5 \dots \dots \dots (1) \\ 2x + y + z = -1 \dots \dots \dots (2) \\ x + y - z = 3 \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$



Dari persamaan (2), diperoleh

$$2x + y + z = -1 \rightarrow z = -2x - y - 1$$

Persamaan (2) disubstitusikan ke persamaan (1), diperoleh

$$x - y + 2z = -5$$

$$x - y + 2(- \dots - \dots - \dots) = -5$$

$$x - y - \dots - \dots - \dots = -5$$

$$- \dots x - \dots y - \dots = -5$$

$$- \dots x - \dots y = -5 + \dots$$

$$-3x - 3y = - \dots$$

$$- \dots - \dots = - \dots$$

$$- \dots = - \dots + x$$

$$\dots = \dots - \dots \quad \dots (4)$$

Persamaan (2) disubstitusikan ke persamaan (3), diperoleh

$$\dots + \dots - \dots = 3$$

$$x + y - (- \dots - \dots - \dots) = 3$$

$$x + y + \dots + \dots + \dots = 3$$

$$\dots x + \dots y + 1 = 3$$

$$\dots x + \dots y = \dots - \dots$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad \dots (5)$$

Persamaan (4) disubstitusikan ke persamaan (5), diperoleh

$$\dots x + 2y = \dots$$

$$\dots x + 2(\dots - \dots) = \dots$$

$$\dots x + 2 - \dots x = 2$$

$$\dots + \dots = 2$$

$$\dots = \dots - \dots$$

$$x = \dots$$



Substitusikan  $x = 0$  ke persamaan (4)

$$y = \dots - x$$

$$y = \dots - \dots$$

$$y = \dots$$

Substitusikan  $x = 0$  dan  $y = 1$  ke persamaan (2)

$$z = -2 \dots - \dots - 1$$

$$z = -2(\dots) \dots - \dots$$

$$z = \dots$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{(\dots, \dots, \dots)\}$

### ❖ Cara gabungan substitusi - eliminasi

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari 
$$\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Mengelimnisi  $z$  pada persamaan (1) dan (2), diperoleh

$$\begin{array}{r} x - y + 2z = -5 \quad |\times 1| \rightarrow x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \quad |\times 2| \rightarrow \dots + \dots y + \dots z = -2 \\ \hline \dots x - \dots y = \dots \\ \dots x - y = \dots \\ x + y = \dots \\ y = \dots - \dots \quad \dots (4) \end{array}$$

Dengan mengelimnisi persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{r} \dots x + y + z = - \dots \\ \dots + \dots - \dots = \dots \\ \hline \dots + \dots = \dots \quad \dots (5) \end{array}$$

Persamaan (4) disubstitusikan ke persamaan (5), diperoleh

$$\dots x + \dots y = \dots$$

$$\dots x + \dots (\dots - \dots) = 2$$

$$\dots x + \dots - \dots x = 2$$

$$x = \dots$$

Substitusi  $x = 0$  ke persamaan (4)

$$y = \dots - x$$

$$y = \dots - \dots$$

$$y = \dots$$

Substitusi  $x$  dan  $y$  ke persamaan (3)

$$x + y - z = 3$$

$$\dots + \dots - \dots = 3$$

$$\dots - \dots = 3$$

$$z = \dots$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{(\dots, \dots, \dots)\}$



## ➤ Penerapan SPLTV

### Contoh:

Di sebuah toko, harga 1 buku, 1 pensil, dan 1 penghapus tidak diketahui

- 2 buku + 1 pensil + 1 penghapus berharga Rp. 11.000
- 1 buku + 3 pensil + 1 penghapus berharga Rp. 13.000
- 3 buku + 2 pensil + 2 penghapus berharga Rp. 19.000

Tentukan:

- a) Harga 1 buku
- b) Harga 1 pensil
- c) Harga 1 penghapus

### Penyelesaian:

Misalkan

$x$  = buku

$y$  = pensil

$z$  = penghapus

Bentuk ke dalam persamaan

1.  $2 \dots + \dots + \dots = 11.000$

2.  $\dots + \dots + z = \dots$

3.  $\dots + 2y + \dots = \dots$

Eliminasi  $z$  dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} \dots + \dots + \dots = 11.000 \\ x + \dots + z = \dots \\ \hline \dots - \dots y = \dots \quad \dots \quad (4) \end{array}$$

Eliminasi  $z$  dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} \dots x + \dots + z = \dots \quad |\times \dots| \rightarrow \dots x + \dots y + \dots z = 22.000 \\ \dots + 2y + \dots = \dots \quad |\times 1| \rightarrow \dots + 2y + \dots = \dots \\ \hline \dots = \dots \end{array}$$

Substitusi  $x = 3.000$  ke persamaan (4)

$$\dots - \dots y = \dots$$

$$\dots - \dots y = \dots$$

$$\dots y = \dots - 3.000$$

$$\dots y = \dots$$

$$y = \dots$$

Substitusi  $x = 3.000$  dan  $y = \dots$  ke persamaan (1)

$$2(\dots) + \dots + z = \dots$$

$$\dots + \dots + z = \dots$$

$$8.500 + z = \dots$$

$$z = \dots$$

Jadi, harga buku, pensil dan penghapus adalah

Buku = ...

Pensil = ...

Penghapus = ...

### ✓ SOAL

1) Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan menggunakan cara substitusi

$$\begin{cases} x - y + 2z = -2 \\ x - y - z = 0 \\ x + y + z = -6 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Ubah bentuk dari persamaan (2) menjadi  $x =$

$$x - y - z = 0 \rightarrow \dots = \dots + \dots$$

Substitusi persamaan (2) ke persamaan (1)

$$x - y + 2z = -2$$

$$(\dots + \dots) - y + 2z = -2$$

$$\dots = -2$$

$$z = -\frac{\dots}{\dots}$$

Substitusi nilai  $z = -\frac{2}{3}$  pada persamaan (2)

$$x = \dots + \dots$$

$$x = \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$x = \dots - \frac{2}{3} \quad \dots (5)$$

Substitusi persamaan (5) dan  $z = -\frac{2}{3}$  pada persamaan (3)

$$x + y + z = -6$$

$$\dots - \frac{2}{3} + y + \left(-\frac{2}{3}\right) = -6$$

$$\dots y - \frac{4}{3} = -6$$

$$\dots y = -6 + \frac{4}{3}$$

$$\dots y = -\frac{14}{3}$$

$$y = -\frac{14}{3}$$

Substitusi  $y = -\frac{14}{3}$  pada persamaan (2)

$$x = -\frac{2}{3} - \frac{14}{3}$$

$$x = \dots$$

Jadi, penyelesaiannya adalah  $\left(\dots, -\frac{14}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

2) Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan cara eliminasi - substitusi

$$\text{a) } \begin{cases} x - y - z = 4 \\ x + 2y + z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = -7 \\ 3z - x = -5 \\ 2y + z = -1 \end{cases}$$

3) Keliling suatu segitiga adalah 26 cm. Sisi terpanjang lebih pendek 2 cm dari jumlah kedua sisi lainnya. Apabila sisi terpanjang lebih panjang 4 cm dari sisi tengahnya, tentukan panjang ketiga sisi segitiga itu.

**Penyelesaian:**

Misalkan:

$x$  = Sisi terpanjang

$y$  = Sisi tengah

$z$  = Sisi terpendek

Ubah ke dalam bentuk persamaan

1)  $\dots + \dots + \dots = 26$

2)  $x = (\dots + \dots) - \dots$

3)  $x = \dots + \dots$

Substitusi persamaan (3) pada persamaan (2)

$$\dots + \dots = (y + \dots) - \dots$$

$$\dots = z - \dots$$

$$z = \dots - \dots$$

$$z = \dots$$

Substitusi persamaan (3) dan nilai  $z$  pada persamaan (1)

$$(\dots + \dots) + y + \dots = 26$$

$$\dots y + \dots = 26$$

$$\dots y = \dots$$

$$y = \dots$$

Cari nilai  $x$  dengan substitusi pada persamaan (3)

$$x = \dots + \dots$$

$$x = \dots + 4$$

$$x = \dots$$

