UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
2025

PEMBAHASAN LEMBAR KERJA MAHASISWA

Mata Kuliah : Teori Bilangan
Dosen Pengampu : Dra. Dinawati Trapsilasiwi, M.Pd.
Lioni Anka Monalisa S.Pd., M.Pd.
Hari, Tanggal :

IDENTITAS MAHASISWA

Nama Anggota Kelompok D:		
	1. Febilia Dinda Haqiqie	(240210101061)
	2. Deva Dwi Hartika	(230210101151)
	3. Bintang Afra Kirania	(230210101155)

Nama Responden :
NIM Responden :
Kelompok Responden :

Kelas: E	Semester: 2	Score:

a. Tunjukkan kebenaran dari pernyataan berikut menggunakan teorema 2.2 atau 2.4 !

<table>
<tr><th>No</th><th>Pernyatan</th><th>Benar</th><th>Salah</th><th>Alasan</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Diketahui : $\boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{Z}$
Jika a | b dan a | c, maka a | bc</td><td>•</td><td></td><td>Teorema 2.4
“Apabila a | b dan a | c, maka a | bc”
- Jika a | b dan terdapat $x \in Z$ sedemikian hingga b = ax (Definisi Keterbagian)
- Jika a | c dan terdapat y $\in Z$ sedemikian hingga c = ay (Definisi Keterbagian)
- $b \cdot c = (ax)(ay)$ (Substitusi)
- $b \cdot c = a\ (axy)$ (Distribusi)
- Karena $a, x, y \in Z$ maka TERBUKTI a | bc menurut Definisi Keterbagian.</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Jika $\boldsymbol{a, b, c} \in \boldsymbol{Z}$ dan a | (b - c) , maka a | b dan a | c</td><td></td><td>•</td><td>(Definisi Keterbagian)
- Jika a | (b – c) maka terdapat bilangan bulat x sedemikian sehingga : b – c = ax
Ini berarti b – c adalah kelipatan dari a.
Jika a | (b – c) maka a | b dan a | c, pernyataan itu tidak selalu benar.

Hubungan yang Benar :
“Jika a | (b – c) maka
a | b jika dan hanya jika a | c”

Bukti :
(Definisi Keterbagian)
- Jika a | (b – c) maka terdapat bilangan bulat x sedemikian sehingga : b – c = ax
- Jika a | b dan terdapat $x \in Z$ sedemikian hingga b = ay (Definisi Keterbagian)
- Jika a | c dan terdapat y $\in Z$ sedemikian hingga c = az
(Substitusi)
- b – c = ax
- (ay) – c = ax
(Kedua ruas ditambah dengan x)
- c = ay – ax
- c = a(y - x)</td></tr>
</table>

LIVEWORKSHEETS

				Jadi menurut *Definisi Keterbagian* terbukti a | c . Sebaliknya berlaku sama. Kesimpulan : - Pernyataan "Jika a | (b - c) , maka a | b dan a | c" tidak benar - Pernyataan yang benar adalah "Jika a | (b – c) maka a | b **jika dan hanya jika** a | c"
3.	Jika $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{Z}$ dan a | (b – 1) maka $a \mid (b^4 - 1)$	•		*(Definisi Keterbagian)* "Jika a | (b – 1) maka terdapat bilangan bulat x sedemikian sehingga : b – 1 = ax atau b = ax + 1" Bukti : *(Faktorisasi)* $-(b^4-1) = (b^2)^2 - 1^2$ $= (b^2 - 1)(b^2+1)$ $= (b-1)(b+1)(b^2+1)$ *(Substitusi)* $(b^4-1) = (b-1)(b+1)(b^2+1)$ $(b^4-1) = (ax)(b+1)(b^2+1)$ Ini menunjukkan bahwa $b^4 - 1$ adalah kelipatan dari a karena a muncul sebagai faktor dari $b^4 - 1$. Kesimpulan : Karena (b^4-1) dapat difaktorkan menjadi bentuk yang melibatkan b – 1 maka terbukti pernyataan tersebut benar.

b. Buktikan pernyataan berikut menggunakan Teorema 2.3!

PERNYATAAN	PEMBUKTIAN	ALASAN
Jika a = 9 dan b = -9 ; maka a dan b memiliki hubungan keterbagian timbal balik yang bersifat timbal balik	1. $a \mid b$ maka terdapat $x \in$ Z sehingga $a = bx$ 2. $b \mid a$ maka terdapat y $\in$ Z sehingga b= ay 3. a = bx a = (ay)x= a(yx) = a(xy) = (ax)y 4. $1.a = (xy)a$ sehingga $xy = 1$ 5. Karena $x, y \in$ Z dan $xy = 1$ kemungkinan yang diperoleh yaitu $x = -1 = y$ atau $x = 1 = y$ 6. untuk $x = -1 = y$, maka $a = -b$ 7. untuk $x = 1 = y$, maka $a = b$ 8. Jika a = 9 dan b = -9, maka a = bx 9 = (- 9) x	(Definisi Keterbagian) (Definisi Keterbagian) (Substitusi) (Asosiatif Perkalian) (Sifat Invers Perkalian Bilangan Bulat) (Persamaan Diophantine sederhana) (Implikasi) (Substitusi)

LIVEWORKSHEETS

	x = -1 9. Jika a = 9 dan b = -9, maka b = ay (- 9) = (9) y y = - 1 10. xy = (- 1) (- 1) xy = 1 11. Terbukti.	(Substitusi) (Syarat Teorema 2.3) **a dan b memiliki** hubungan keterbagian karena xy=1 terpenuhi.
Misalkan a = 10 dan b = 10 ; Teorema 2.3 masih berlaku benar	1. $a \mid b$ maka terdapat $x \in \mathbb{Z}$ sehingga $a = bx$ 2. $b \mid a$ maka terdapat y $\in \mathbb{Z}$ sehingga b= ay 3. Jika a = 10 dan b = 10, maka a = bx 10 = 10 (x) x = 1 4. Jika a = 10 dan b = 10, maka b = ay 10 = 10 (y) y = 1 5. xy = (1)(1) = 1 6. Terbukti.	(Definisi Keterbagian) (Definisi Keterbagian) (Substitusi) (Substitusi) (Syarat Teorema 2.3) **Teorema 2.3 masih berlaku** karena hubungan keterbagian tetap benar dan xy=1 masih terpenuhi.

c. Pecahkan permasalahan ceriita di bawah ini!
Konsumsi peserta P2AB dibagi ke dalam dua kardus untuk porsi peserta perempuan dan laki-laki.
d. Kardus A berisi 27 kotak nasi untuk peserta laki-laki
e. Kardus B berisi 18 kotak nasi untuk peserta perempuan
Panitia ingin mengemas ulang beberapa kardus A dan B sehingga total kotaknya tetap habis dibagi 3.
Buktikan bahwa total kombinasi kardus A dan B selalu bisa dibagi oleh 3 kotak, berapa pun jumlah kardus A dan B yang dipilih.
(Petunjuk : Gunakan Teorema Keterbagian 2.5)

Jawaban :
(Definisi Keterbagian)
f. Kardus A berisi 27 kotak nasi → $3 \mid 27\ karena\ 27 = 3\ \times 9$
g. Kardus B berisi 18 kotak nasi → $3 \mid 18\ karena\ 18 = 3\ \times 6$

Jika panitia memilih x buah Kardus A dan y buah Kardus B, maka total jumlah kotak nasi yang dikemas adalah :
$N = 27x + 18y$
(Substitusi)
$N = (3 \times 9)x + (3 \times 6)y$
$= 3(9x + 6y)$

LIVEWORKSHEETS

Karena $9x + 6y$ adalah bilangan bulat untuk setiap $x, y \in Z$, maka N selalu habis dibagi 3
Terbukti bahwa total kotak nasi dari kombinasi Kardus A dan B selalu bisa dibagi oleh 3, berapapun jumlah kotaknya.

SELAMAT MENGERJAKAN

LIVEWORKSHEETS