No.
Date :

Fungsi peluang jika diketahui fungsi distribusi kumulatifnya.

Pengertian Fungsi peluang Distribusi Kumulatif (CDF)

Fungsi distribusi kumulatif dari variabel acak x didefinisikan sebagai:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

(Peluang bahwa nilai variabel acak kurang dari / sama dengan x)

Sifat-sifat CDF:

* $0 \leq F(x) \leq 1$
* $F(x)$ tidak menurun
* $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1$

▸ Menentukan fungsi peluang dari CDF

1) Jika variabel acak kontinu

Fungsi peluang (PDF) diperoleh dari turunan CDF.

$$f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx} F(x)$$

Syarat:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$$

2) Jika variabel acak diskrit

Gunakan selisih CDF:

$$P(X = x) = F(x) - F(x^-)$$

dimana $F(x^-)$ adalah nilai CDF sebelum x.

▸ Contoh soal

Diketahui fungsi distribusi kumulatif

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

a) Fungsi peluang $f(x)$

No.

Date :

$f(x) = \frac{d}{dx} F(x)$

$f(x) = \frac{d}{dx}(x^2) = 2x$

Sehingga

$$f(x) \begin{cases} 2x, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

b) Peluang $P(0{,}2 < x < 0{,}6)$

$$P(0{,}2 < x < 0{,}6) = \int_{0{,}2}^{0{,}6} 2x \, dx$$

$$= \left[x^2\right]_{0{,}2}^{0{,}6}$$

$$= (0{,}6)^2 - (0{,}2)^2$$

$$= 0{,}32$$

$\therefore P(0{,}2 < x < 0{,}6) = 0{,}32$

Fungsi Densitas jika diketahui fungsi distribusi kumulatifnya.

- Pengertian Fungsi Densitas Peluang (PDF)

Fungsi Densitas Peluang adalah fungsi yang menggambarkan kepadatan peluang dari variabel acak kontinu.

Dilambangkan dengan $f(x)$

Hubungan antara PDF dan CDF adalah

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x)$$

Artinya: Fungsi Densitas diperoleh dari turunan fungsi distribusi kumulatif

- Sifat-sifat fungsi Densitas

1. $f(x) \geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx = 1$
3. Peluang suatu interval

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x) \, dx$$

SiDU

No.

Date :

▸ Contoh soal

Diketahui Fungsi distribusi kumulatif :

$$F(x)\begin{cases} 0, & x<1 \\ \frac{x-1}{2}, & 1\leq x\leq 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Tentukan

a) Fungsi densitas peluang $f(x)$

$$f(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x-1}{2}\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}$$

Sehingga :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 1\leq x\leq 3 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

b) Peluang $P(1,5 < x < 2,5)$

$$P(1,5<x<2,5) = \int_{1,5}^{2,5} \frac{1}{2}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}(2,5-1,5)$$

$$= \frac{1}{2}(1)$$

$$= \frac{1}{2}$$

Fungsi Pembangkit Momen (MGF) : Umum, diskrit, kontinu, kegunaan.

▸ Pengertian Fungsi Pembangkit Momen (MGF)

Fungsi Pembangkit Momen (MGF) adalah fungsi yang digunakan untuk menghasilkan momen-momen dari suatu variabel acak, seperti:

• Nilai harapan (mean) • Varians • Momen ke-n

No.

Date :

MGF dari variabel acak x didefinisikan sebagai :

$$M_x(t) = E(e^{tx})$$

dengan

- E = nilai harapan (ekspektasi)
- t = parameter riil
- x = variabel acak

- MGF untuk Variabel Acak Diskrit

Jika x adalah variabel acak ~~diskrit~~ diskrit dengan fungsi peluang $P(x = x_i)$, maka:

$$M_x(t) = E(e^{tx})$$

$$M_x(t) = \sum e^{tx_i} P(x = x_i)$$

atau

$$M_x(t) = \sum_i e^{tx_i} P(x = x_i)$$

- MGF untuk variabel acak kontinu

Jika x memiliki fungsi identitas $f(x)$, maka:

$$M_x(t) = E(e^{tx})$$

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x)\, dx$$

- Hubungan MGF dengan momen

MGF digunakan untuk mencari momen dengan cara diturunkan

Momen Pertama

$$E(x) = M'_x(0)$$

Momen kedua

$$E(x^2) = M''_x(0)$$

Varians

$$Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

No.

Date :

- Sifat-sifat MGF

1. $M_x(0) = 1$
2. Jika dua variabel acak memiliki MGF yang sama, maka distribusinya sama
3. Jika x dan Y independen

$$M_{x+y}(t) = M_x(t) M_y(t)$$

- Contoh soal

Diketahui, $M_x(t) = 2e^t + 3e^{2t}$

Tentukan nilai harapan $E(x)$

Penyelesaian: $E(x) = M'_x(0)$

$M'_x(t) = 2e^t + 6e^{2t}$

Substitusi $t = 0$

$M'_x(0) = 2(1) + 6(1)$

$= 8$

$\therefore E(x) = 8$