

Elektronik
Lembar Kerja Peserta Didik

E-LKPD

Fungsi Kuadrat



Berbasis *Realistic Mathematics Education*
untuk Meminimalkan *Pseudo Thinking*

Oleh:
Titania Alya Rusdijanto

FUNGSI KUADRAT

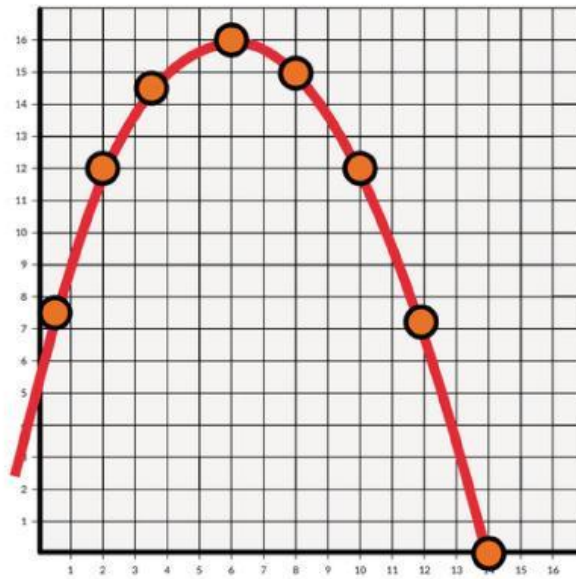


Gambar 1. Lintasan Bola Basket
(Sumber: Buku Siswa Matematika Kelas X)

Pernahkah kalian mengamati lintasan bola basket ketika kalian mendorong bola ke arah jaring? Lintasannya berbentuk parabola dan gerak bola dikatakan gerak parabola. Gambar 1 menunjukkan posisi bola pada suatu waktu tertentu.

Selain bola basket, lintasan bola kaki juga dapat berupa parabola. Lintasan dan bentuk parabola ditemui dalam hidup sehari-hari. Contoh lain adalah air yang keluar dari selang serta bentuk bangunan dan jembatan. Bentuk pisang juga menyerupai parabola.

Parabola merupakan bentuk fungsi kuadrat dalam grafik. Fungsi kuadrat adalah fungsi polinom (suku banyak) dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah 2. Kalian masih ingat dengan fungsi linear yang grafiknya berbentuk garis lurus. Fungsi linear adalah fungsi polinom dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah 1.



Gambar 2. Grafik Fungsi Kuadrat
(Sumber: Buku Siswa Matematika Kelas X)

Ilustrasi grafik fungsi kuadrat pada lemparan bola basket menggambarkan lintasan bola yang membentuk kurva parabola yang membuka ke bawah (parabola terbalik). Grafik ini memodelkan hubungan antara jarak horizontal bola (sumbu x) dan ketinggian bola (sumbu y atau $h(t)$).

Berikut adalah deskripsi rinci komponen ilustrasi grafik tersebut:

- Bentuk kurva (parabola) dimulai dari tangan pemain (titik pelepasan), naik mencapai titik tertinggi, dan menurun menuju keranjang (ring). Parabola ini simetris, meskipun dalam praktiknya hambatan udara dapat sedikit memengaruhi bentuknya.
- Titik awal (pelepasan) grafik dimulai dari titik $(0, h_0)$ pada sumbu y , di mana h_0 adalah ketinggian awal tangan pemain saat melepas bola.
- Titik puncak (ketinggian maksimum) puncak parabola (verteks) mewakili titik tertinggi yang dicapai bola. Di titik ini, bola mencapai tinggi maksimum (h_{max}) pada waktu atau jarak tertentu.
- Arah parabola fungsi kuadrat yang memodelkan ini memiliki koefisien a negatif ($ax^2 + bx + c$, dengan $a < 0$), yang menandakan parabola terbuka ke bawah.
- Titik akhir (masuk ring) lintasan berakhir ketika bola mencapai koordinat (x, y) ring, yang idealnya berada pada sisi menurun kurva parabola.

Ayo Mengingat Kembali

Persamaan kuadrat dengan $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diselesaikan dengan berbagai cara.

1. Faktorisasi

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$(2x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad x = 2$$

2. Melengkapkan kuadrat

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$2\left(x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right) = 0$$
$$x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0$$
$$x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x = 1$$
$$x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \frac{9}{16} = 1 + \frac{9}{16}$$
$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$
$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$x - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$
$$x = \frac{3}{4} + \frac{5}{4}$$
$$x = 2$$

atau

$$x - \frac{3}{4} = -\frac{5}{4}$$
$$x = \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$$
$$x = -\frac{1}{2}$$

3. Menggunakan rumus abc (Rumus Kuadrat)

Bentuk Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$

dengan $a \neq 0$ akar-akarnya dapat ditentukan dengan

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-2)}}{2 \cdot 2}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4}$$
$$= \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad x = 2$$

Bentuk Umum Fungsi Kuadrat

Bentuk Umum

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Berdasarkan Titik Potong

$$f(x) = a(x - p)(x - q)$$

Berdasarkan Titik Puncak

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

Setelah membaca apersepsi pada halaman sebelumnya, pilihlah mana yang merupakan sebuah fungsi kuadrat dengan memindahkan kolom **berwarna merah** ke dalam kolom **berwarna biru**

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 5$$

$$f(x) = x^4 + 2x^2$$

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(x) = 3x^2 - 9$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 1$$

$$f(x) = x^2 - x$$

Fungsi Kuadrat

Bukan Fungsi Kuadrat

Karakteristik Fungsi Kuadrat

1. Bentuk Umum

Fungsi kuadrat adalah fungsi polinomial berderajat dua dengan bentuk umum:

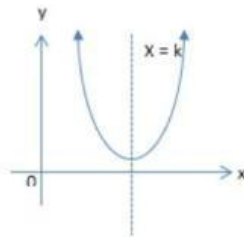
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Dengan syarat $a \neq 0$. Grafik dari fungsi ini berbentuk lengkungan yang disebut **Parabola**.

2. Analisis Koefisien a

Nilai a menentukan arah bukaan grafik:

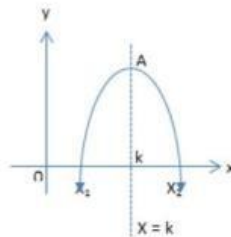
- $a > 0$ (Positif): Grafik terbuka ke **ATAS** (seperti senyum 😊). Memiliki titik balik minimum.



Gambar 3. Grafik terbuka ke atas untuk $a > 0$

(Sumber: lenteramatematika.blogspot.com/2014/04/fungsi-dan-persamaan-kuadrat.html)

- $a < 0$ (Negatif): Grafik terbuka ke **BAWAH** (seperti cemberut ☹️). Memiliki titik balik maksimum.



Gambar 4. Grafik terbuka ke bawah untuk $a < 0$

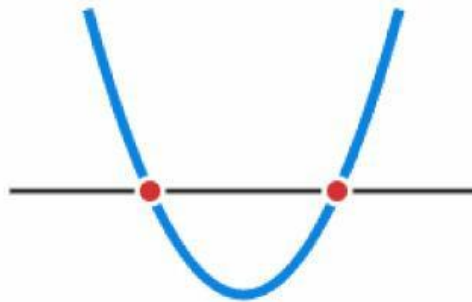
(Sumber: lenteramatematika.blogspot.com/2014/04/fungsi-dan-persamaan-kuadrat.html)

3. Analisis Diskriminan (D)

Diskriminan menentukan hubungan grafik dengan *sumbu* - X (akar-akar persamaan). Rumusnya adalah:

$$D = b^2 - 4ac$$

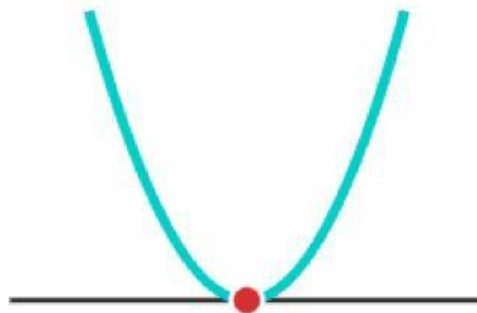
$$a > 0, D > 0$$



Gambar 5. Grafik memotong *sumbu* - X di dua titik $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$

(Sumber: <https://pendidikan-matematika.fmipa.unesa.ac.id/post/fungsi-kuadrat-bentuk-umum-karakteristik-grafik-diskriminan>)

$$a > 0, D = 0$$



Gambar 6. Grafik menyinggung *sumbu* - X di satu titik $(x, 0)$

(Sumber: <https://pendidikan-matematika.fmipa.unesa.ac.id/post/fungsi-kuadrat-bentuk-umum-karakteristik-grafik-diskriminan>)

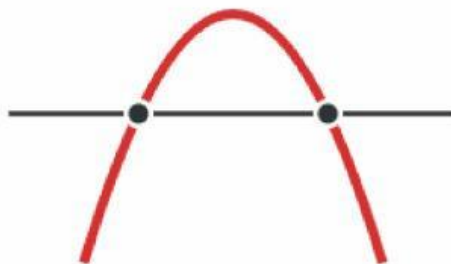
$$a < 0, D < 0$$



Gambar 7. Grafik Definit Positif (Melayang di atas)

(Sumber: <https://pendidikan-matematika.fmipa.unesa.ac.id/post/fungsi-kuadrat-bentuk-umum-karakteristik-grafik-diskriminan>)

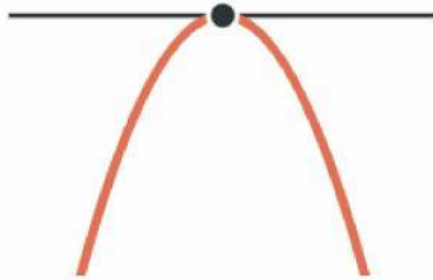
$$a < 0, D > 0$$



Gambar 8. Grafik memotong *sumbu - X* di dua titik $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$

(Sumber: <https://pendidikan-matematika.fmipa.unesa.ac.id/post/fungsi-kuadrat-bentuk-umum-karakteristik-grafik-diskriminan>)

$$a < 0, D = 0$$



Gambar 9. Grafik menyinggung *sumbu - X* di satu titik $(x, 0)$
(Sumber: <https://pendidikan-matematika.fmipa.unesa.ac.id/post/fungsi-kuadrat-bentuk-umum-karakteristik-grafik-diskriminan>)

$$a < 0, D < 0$$



Gambar 10. Grafik definit negatif (Melayang di bawah).
(Sumber: <https://pendidikan-matematika.fmipa.unesa.ac.id/post/fungsi-kuadrat-bentuk-umum-karakteristik-grafik-diskriminan>)

Pendekatan RME dalam Pemecahan Masalah Fungsi Kuadrat

Perhatikan kasus berikut

Kasus 1 (Lintasan Bola Melewati Pagar Betis)



Gambar 11. Tendangan Bebas Bola Melambung dari Tanah
(Sumber: Gemini AI Generated Image)

Seorang pemain bola melakukan tendangan bebas. Agar tercipta gol, bola harus melambung melewati pagar betis lawan sebelum menukik masuk ke gawang.

Ayo mengamati data di lapangan:

- Bola ditendang dari titik $(0,0)$.
- Tinggi maksimum bola adalah 4 meter saat jaraknya 4 meter dari titik awal.
- Pagar betis berada di jarak 7 meter dengan tinggi 1,8 meter.

1. Menghadirkan Masalah (Konteks Nyata)

Langkah ini membantu siswa memperkuat fokus dan kesungguhan berpikir agar setiap perhitungan tepat sasaran.

Jawablah pertanyaan berikut:

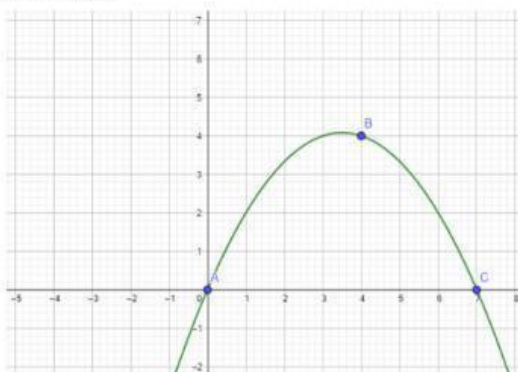
1. Berapa tinggi bola saat pertama kali ditendang? meter.
2. Berapa tinggi maksimum yang dicapai bola? meter.
3. Berapa tinggi pagar betis yang harus dilewati? meter.

2. Eksplorasi Informal (Gambar Lintasan)

Langkah ini mencegah hafalan dangkal. Sebelum masuk ke rumus, cobalah gunakan logika dan sketsamu sendiri untuk menemukan polanya!

Aktivitas:

Kalau digambar secara terpisah, lintasan bola akan terlihat seperti lengkungan. Mari kita buat titik-titiknya:



Gambar 12. Grafik Parabola terbuka ke bawah, puncak di (4,4)
(Sumber: <https://www.geogebra.org>)

Tugas:

Berdasarkan gambar di atas, jika pada jarak 4 meter tingginya 4 meter, lalu bola mulai turun, perkirakan berapa tinggi bola saat mencapai jarak 7 meter (posisi pagar betis)?

Jawabanmu:

Pindahkan salah satu kolom **berwarna merah** ke dalam kolom **berwarna biru**

(Lebih dari 1,8 meter)

(Kurang dari 1,8 meter)

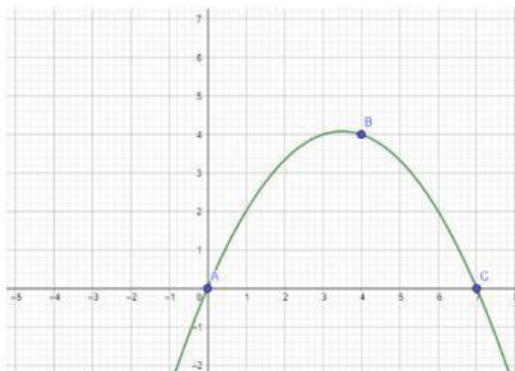
Alasan:

3. Menggunakan Model (Matematisasi Horizontal)

Langkah ini melatih kendali berpikirmu agar jawaban yang kamu tuliskan tetap sejalan dengan gambar lintasan yang ada.

Mari kita tuliskan dalam koordinat agar lebih jelas:

- Titik Awal: (0, 0)
- Titik Puncak: (4, 4)



Gambar 13. Grafik Parabola terbuka ke bawah, puncak di (4,4)
(Sumber: <https://www.geogebra.org>)

Ayo berpikir:

Jika kita menggunakan model fungsi $y = a(x - p)^2 + q$, kita sudah tahu titik puncaknya $(p, q) = (4, 4)$. Model persamaannya menjadi: $y = a(x - 4)^2 + 4$.

Diskusikan dengan temanmu:

Mengapa kita harus mencari nilai 'a' terlebih dahulu?

4. Matematika Formal (Penyelesaian Akurat)

Langkah ini melatihmu untuk berpikir mandiri. Jangan sekadar meniru cara sebelumnya, tapi pahami mengapa langkah ini berbeda.

Mari menghitung dengan teliti:

Cari nilai a :

Masukkan titik $(0,0)$ ke persamaan:

$$0 = a(0 - 4)^2 + 40 = 16a + 4 \rightarrow a = -4/16 = -0,25$$

Uji pada Pagar Betis ($x = 7$):

$$y = -0,25(7 - 4)^2 + 4y = -0,25(3)^2 + 4 = -2,25 + 4 = 1,75 \text{ meter.}$$

Kesimpulan Akhir:

Apakah bola berhasil melewati pagar betis setinggi 1,8 meter? (Ya / Tidak).

Catatan:

Jika jawabanmu "Tidak", maka pemain harus menendang lebih tinggi atau lebih keras!

