

**Teorema 2-2.**

Todo segmento tiene exactamente un punto medio.

Demostración

|      | Afirmaciones                                                                                               | Justificaciones |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| (1)  |                                                                                                            | Hipótesis.      |
| (2)  | Considere la recta $\overleftrightarrow{AB}$ .                                                             |                 |
| (3)  | Considere un sistema de coordenadas tal que $A$ se asocia con el 0 y $B$ con un número real positivo $m$ . |                 |
| (4)  | $AB =  0 - m  =  -m  = m$                                                                                  |                 |
| (5)  | Considere el número real positivo $\frac{m}{2}$ .                                                          |                 |
| (6)  | Considere $\overline{AB}$ .                                                                                |                 |
| (7)  | Existe exactamente un punto $C$ de $\overline{AB}$ tal que $AC = \frac{m}{2}$ .                            |                 |
| (8)  | Considere $x$ como la coordenada de $C$ de modo que $AC =  0 - x  =  -x  = x$ .                            |                 |
| (9)  | $\frac{m}{2} = x$ .                                                                                        |                 |
| (10) | Se sabe que $0 < \frac{m}{2} < m$ .                                                                        |                 |
| (11) | $C$ está entre $A$ y $B$ .                                                                                 |                 |
| (12) | $AC + CB = AB$ .                                                                                           |                 |
| (13) | $\frac{m}{2} + CB = m$ .                                                                                   |                 |
| (14) | $CB = m - \frac{m}{2} = \frac{m}{2}$ .                                                                     |                 |
| (15) | $AC = CB$ .                                                                                                |                 |
| (16) | $\overline{AB}$ tiene exactamente un punto medio.                                                          |                 |

Sea un segmento  $\overline{AB}$ .

Teorema 2-1 (6), (5).

Definición de estar entre (11).

Simetría y transitividad de la igualdad (7) y (14).

Postulado de la regla, lema 2.1 (2), (3), (7), (8), (9), (10).

Definición de segmento, postulado de la recta (1).

Propiedad de los números reales, definición de valor absoluto (3), (4).

Definición de punto medio (1), (11), (15).

Simetría y transitividad de la igualdad (7) y (8).

Definición de rayo (1), (2).

Postulado de la regla, postulado de la colocación de la regla (1), (2).

Leyes usuales del álgebra (13).

Orden del conjunto de los números reales (3), (5).

Postulado de la regla, lema 2.3., definición de valor absoluto (6), (3).

Sustitución de (7) y (4) en (12).

Definición de sistema de coordenadas, definición de coordenada, postulado de la regla, definición de valor absoluto (3).