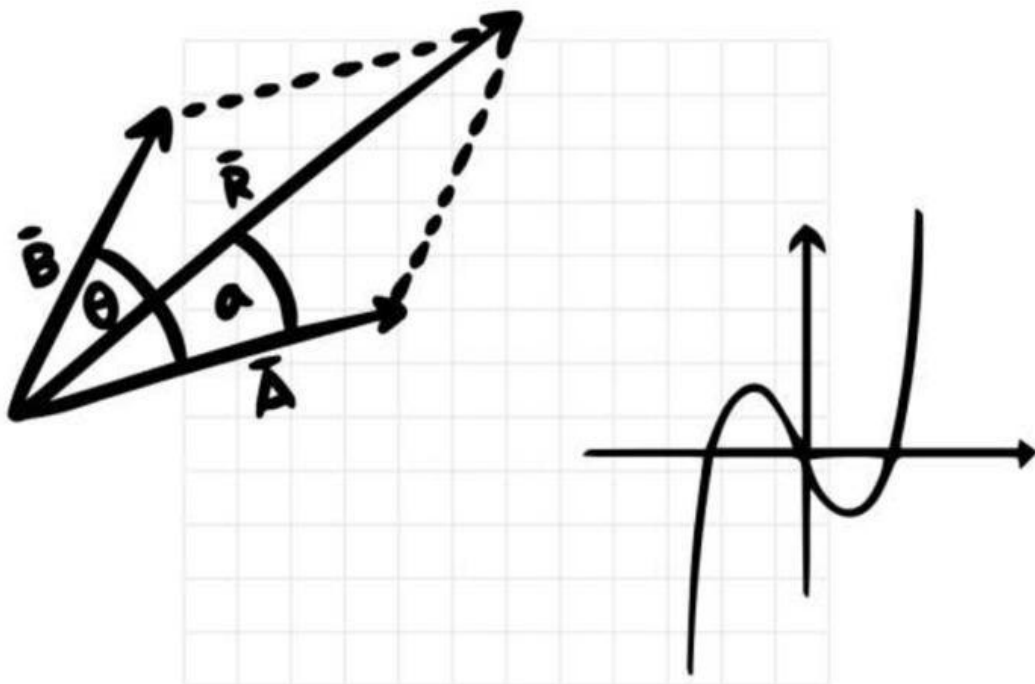




LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) MATEMATIKA

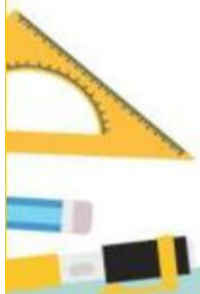
VEKTOR DAN OPERASINYA



Nama : _____

Absen : _____

Kelas : _____



Judul LKPD	: Vektor dan Operasinya
Mata Pelajaran	: Matematika
Materi	: Vektor
Semester	: Genap
Tahun Pelajaran	: 2025/2026
Alokasi Waktu	: 60 menit
Pendekatan	: <i>Problem Based Learning</i>

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, siswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan pengertian vektor.
2. Menuliskan notasi vektor dengan benar.
3. Menentukan komponen vektor pada sistem koordinat Cartesius.
4. Menentukan vektor posisi dan kesamaan vektor.
5. Menentukan besar suatu vektor.
6. Melakukan operasi vektor seperti penjumlahan, pengurangan, dan perkalian vektor dengan skalar.

Petunjuk Pengerjaan

1. Bacalah LKPD dengan cermat dan teliti.
2. Kerjakan setiap pertanyaan secara mandiri sesuai dengan langkah-langkah yang tersedia pada LKPD.
3. Selesaikan permasalahan yang diberikan pada tempat yang disediakan.

Permasalahan 1

Menjelang hari raya Idul Fitri, Rani dan keluarganya berencana melakukan perjalanan mudik dari Jember menuju rumah neneknya di Pasuruan. Mereka berangkat menggunakan mobil pada pagi hari agar dapat sampai lebih awal. Namun sebelum menuju tujuan akhir, Rani dan keluarganya harus terlebih dahulu singgah di Probolinggo untuk menjemput sepupunya yang juga ingin ikut mudik bersama ke Pasuruan.

Perjalanan tersebut membuat rute yang ditempuh tidak langsung dari Jember ke Pasuruan, melainkan melalui Probolinggo terlebih dahulu. Dalam matematika, perpindahan dari satu tempat ke tempat lain seperti ini dapat digambarkan menggunakan vektor, karena memiliki arah dan jarak tertentu.

Perhatikan peta kota Jember, Probolinggo, dan Pasuruan yang diberikan!

Amati letak ketiga kota tersebut serta arah perjalanan yang ditempuh oleh Rani dan keluarganya, yaitu dari Jember ke Probolinggo, kemudian dari Probolinggo ke Pasuruan.



Gambar (i)



Gambar (ii)

Kasus 1

Berdasarkan gambar (i) dan (ii), Jember dinyatakan sebagai titik A, Probolinggo dinyatakan sebagai titik B, dan Pasuruan dinyatakan sebagai titik C.

Dengan:

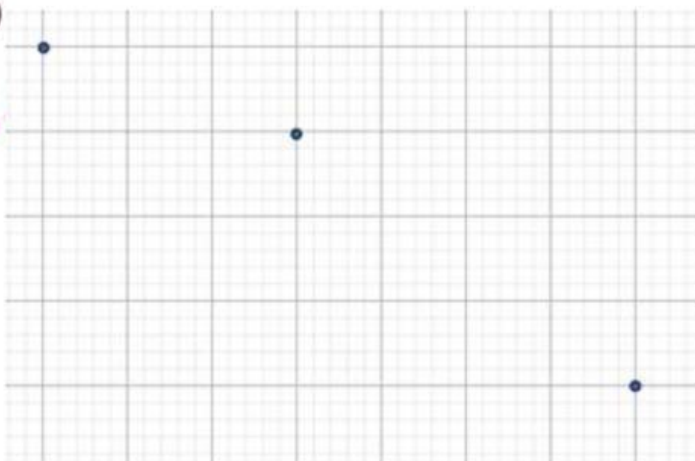
$$O(0,0)$$

$$A(2,1)$$

$$B(-2,4)$$

$$C(-5,5)$$

Buatlah segmen garis yang menggambarkan perpindahan dari A ke B, dari B ke C, dan dari A ke C dengan ruas garis-garis yang memiliki arah sesuai urutan perpindahan.



Mari Berpikir!

Dengan memperhatikan peta tersebut, coba pikirkan:

- Bagaimana arah perpindahan dari Jember ke Probolinggo?

- Bagaimana arah perpindahan dari Probolinggo ke Pasuruan?
- Jika kedua perpindahan tersebut digabungkan, bagaimana perpindahan langsung dari Jember ke Pasuruan?

Gunakan pengamatan kalian terhadap peta untuk membantu memahami perjalanan Rani sebagai vektor perpindahan.

Cermati contoh yang diberikan, lalu cocokkan soal dengan pilihan di bawah ini!

- Perpindahan dari A ke B ditulis $\overrightarrow{AB}$ atau dengan notasi huruf kecil sebagai contoh $\vec{a}$.
- Perpindahan dari B ke C ditulis $\overrightarrow{BC}$ atau dengan notasi huruf kecil sebagai contoh $\vec{b}$.
- Perpindahan dari A ke C ditulis $\overrightarrow{AC}$ atau dengan notasi huruf kecil sebagai contoh $\vec{c}$.
- Perpindahan dari A ke C merupakan hasil perpindahan dari A ke B dan dilanjutkan perpindahan dari B ke C.
- Jauh perpindahan :

$\overrightarrow{AB}$ ialah 3 satuan ke kiri dan 4 satuan ke atas.

$\overrightarrow{BC}$ ialah

$\overrightarrow{AC}$ ialah

Dari ilustrasi di atas, diketahui garis yang menggambarkan perpindahan dari titik A ke B, B ke C, A ke C yang dapat disimbolkan dengan $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ dan memiliki nilai perpindahan disebut vektor. Maka dapat disimpulkan:

Pengertian vektor adalah:

Vektor adalah besaran yang memiliki besar (nilai) dan arah. Dalam matematika, vektor biasanya digunakan untuk menyatakan perpindahan dari satu titik ke titik lain.

Selain dapat dinotasikan dengan $\overrightarrow{AB}$ dan $\vec{a}$, vektor juga dapat dinotasikan dengan $\mathbf{a}$ dan $\underline{a}$.

Untuk mendalami konsep, simak video berikut:

KOMPONEN VEKTOR DAN MODULUS (PANJANG) VEKTOR

Karena Rani ingin menjemput sepupunya di Kota Probolinggo, ia perlu mengetahui berapa jarak pada peta dari Kota Jember menuju Kota Probolinggo agar dapat memperkirakan waktu perjalanan yang dibutuhkan.

Namun, untuk dapat menghitung jarak tersebut dengan tepat, kita perlu memahami terlebih dahulu cara menentukan jarak antara dua titik pada peta atau pada bidang koordinat.

Ayo bantu Rani menghitung jaraknya! 

Sebelum membantu Rani, kamu tentunya harus memahami bagaimana cara menghitung jarak antara dua titik.

Petunjuk:

Silakan scan barcode di bawah ini untuk mempelajari konsep cara menentukan jarak terlebih dahulu. Setelah memahami materi tersebut, kamu dapat melanjutkan untuk membantu Rani menentukan jarak dari Kota Jember ke Kota Probolinggo.



Dengan memanfaatkan pemahaman yang telah kamu pelajari mengenai komponen vektor dan rumus panjang vektor, cobalah membantu Rani menentukan jarak perjalanannya. Amati posisi kota-kota yang terdapat pada peta, kemudian tentukan komponen perpindahan dari Kota Jember menuju Kota Probolinggo. Setelah itu, gunakan rumus panjang vektor untuk menghitung jarak antara kedua kota tersebut pada peta. Dengan langkah-langkah tersebut, kamu dapat membantu Rani mengetahui perkiraan jarak yang harus ditempuh untuk menjemput sepupunya di Probolinggo.

Langkah 1: Menentukan Komponen Vektor:

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} \text{Komponen Horizontal} \\ \text{Komponen Vertikal} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Ke kiri} & \text{satuan} \\ \text{Ke atas} & \text{satuan} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Langkah 2: Menentukan Jarak:

$$\text{Panjang } \vec{AB} = |\vec{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$=$$

Sekarang coba tentukan jarak dari Kota Probolinggo menuju Kota Pasuruan!

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \text{Ke} \\ \text{Ke} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{satuan} \\ \text{satuan} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\text{Panjang } \vec{r} = |\vec{r}| = \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{8}$$

VEKTOR POSISI DAN KESAMAAN DUA VEKTOR

Setelah memahami perpindahan perjalanan Rani dari Jember ke Probolinggo dan dari Probolinggo ke Pasuruan sebagai vektor, kita juga dapat menentukan posisi setiap kota pada bidang koordinat menggunakan vektor posisi. Selain itu, dalam perjalanan tersebut mungkin terdapat perpindahan lain yang memiliki arah dan jarak yang sama, sehingga dapat dinyatakan sebagai vektor yang sama. Oleh karena itu, pada bagian ini kita akan mempelajari vektor posisi dan kesamaan vektor.

Untuk membantu memahami bagaimana menentukan vektor posisi serta mengenali kesamaan dua vektor, kalian dapat menyimak video pembelajaran berikut.

Setelah memahami konsep vektor dari perjalanan Rani, sekarang perhatikan posisi kota-kota tersebut pada bidang koordinat. Misalkan pada peta koordinat, Kota Jember, Probolinggo, dan Pasuruan dinyatakan sebagai titik berikut:

$$A(2,1), B(-2,4), C(-5,5)$$

Titik $O(0,0)$ menyatakan titik asal pada peta.

Untuk mengetahui posisi masing-masing kota terhadap titik asal, kita dapat menggunakan vektor posisi.

Vektor posisi dapat ditentukan dengan rumus

$$\overrightarrow{OP} = (x, y)$$

Mari Berpikir!

MENENTUKAN VEKTOR POSISI

- **Menentukan vektor posisi titik A**

Karena koordinat titik $A = (2,1)$, maka

$$\overrightarrow{OA} = (_ , _)$$

- **Menentukan vektor posisi titik B**

Karena koordinat titik $B = (-2,4)$, maka

$$\overrightarrow{OB} = (_ , _)$$

- **Menentukan vektor posisi titik C**

Karena koordinat titik $C = (-5,5)$, maka

$$\overrightarrow{OC} = (_ , _)$$

Kesimpulannya yaitu:

Vektor posisi suatu titik adalah vektor yang berawal dari titik asal $O(0,0)$ menuju titik tersebut, sehingga komponen vektor posisi sama dengan _____ titik tersebut.

Setelah mengetahui **vektor posisi suatu titik**, kita dapat menentukan vektor perpindahan antara dua titik menggunakan vektor posisi tersebut.

Untuk memahami hubungan tersebut, lengkapilah langkah-langkah berikut.

Diketahui titik $A(2,1)$ dan $B(-2,4)$ serta titik asal $O(0,0)$

Vektor posisi titik A adalah

$$\overrightarrow{OA} = (_ , _)$$

Vektor posisi titik B adalah

$$\overrightarrow{OB} = (_ , _)$$

Vektor dari A ke B dapat ditentukan dengan rumus

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

Substitusikan nilai vektor posisi:

$$\overrightarrow{AB} = (_ , _) - (_ , _)$$

Kurangkan masing-masing komponennya:

$$\overrightarrow{AB} = (_ , _)$$

Coba bandingkan hasil $\overrightarrow{AB}$ diatas apakah sama dengan perhitungan pada kasus 2?
(Ya/Tidak)

Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa vektor dari suatu titik ke titik lain dapat diperoleh dengan cara _____ vektor posisi titik _____ dengan vektor posisi titik _____.

MENENTUKAN KESAMAAN VEKTOR

Diketahui perpindahan dari Jember ke Probolinggo dinyatakan sebagai

$$\overrightarrow{AB} = (-4, 3)$$

Misalkan terdapat perpindahan lain dari titik D ke titik E yang dinyatakan sebagai

$$\overrightarrow{DE} = (-4, 3)$$

Komponen vektor $\overrightarrow{AB}$ adalah

(_, _)

Komponen vektor $\overrightarrow{DE}$ adalah

(_, _)

Karena kedua vektor memiliki komponen yang _____, maka kedua vektor memiliki:

besar yang _____

arah yang _____

Sehingga dapat dituliskan bahwa

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DE}$$

sehingga dapat disimpulkan dua vektor dikatakan **sama** apabila memiliki _____ dan _____ yang sama, meskipun titik pangkalnya _____.

OPERASI VEKTOR

Setelah berhasil menentukan jarak dari Jember ke Probolinggo, perjalanan Rani dan keluarganya masih berlanjut menuju Pasuruan. Jika diperhatikan pada peta, perjalanan tersebut terdiri dari dua perpindahan, yaitu dari Jember ke Probolinggo dan dari Probolinggo ke Pasuruan.

Dalam matematika, kedua perpindahan tersebut dapat dinyatakan sebagai vektor. Perpindahan dari Jember ke Pasuruan dapat diperoleh dengan menjumlahkan kedua vektor perjalanan tersebut. Selain penjumlahan, terdapat juga operasi vektor lain seperti pengurangan vektor dan perkalian vektor dengan skalar.

Untuk memahami konsep operasi vektor tersebut dengan lebih baik, silakan tonton video pembelajaran berikut. Perhatikan penjelasan pada video agar kamu dapat memahami bagaimana operasi vektor digunakan dalam suatu perpindahan.

1. PENJUMLAHAN VEKTOR

Rani ingin mengetahui perpindahan total dari Kota Jember menuju Kota Pasuruan setelah ia terlebih dahulu singgah di Kota Probolinggo. Bantulah Rani dengan menggunakan konsep penjumlahan vektor.

Diketahui:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Maka penjumlahan vektor tersebut yaitu:

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Substitusikan nilai komponen vektor:

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Jumlahkan masing-masing komponennya:

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} + \\ + \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh:

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Setelah diperoleh hasil penjumlahan vektor, selanjutnya tentukan jarak keseluruhan perjalanan Rani dengan menghitung panjang vektor tersebut.

Apa yang dapat kamu simpulkan tentang cara menjumlahkan dua vektor dari hasil perhitungan di atas?

2. PENGURANGAN VEKTOR

Pada perjalanan sebelumnya telah diketahui bahwa perpindahan dari Jember ke Pasuruan merupakan hasil penjumlahan perpindahan dari Jember ke Probolinggo dan dari Probolinggo ke Pasuruan, sehingga berlaku

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Berdasarkan hubungan tersebut, kita dapat menggunakan pengurangan vektor untuk membuktikan hubungan antara ketiga vektor tersebut. Pada kegiatan berikut, kalian akan membuktikan bahwa

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$$

dengan menggunakan nilai vektor yang telah diketahui.

Diketahui

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Buktikan bahwa

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} - \\ - \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Apakah terbukti bahwa $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$?

CATATAN PENTING!!

Setelah satu minggu berada di Pasuruan, Rani dan keluarganya berencana kembali pulang ke Jember.

Jika sebelumnya perjalanan dari Jember ke Pasuruan dinyatakan sebagai vektor $\overrightarrow{AC}$ maka perjalanan pulang dari Pasuruan ke Jember dinyatakan sebagai vektor $\overrightarrow{CA}$

Karena arah perjalanan pulang berlawanan dengan perjalanan saat berangkat, maka berlaku hubungan: $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC}$

Artinya, vektor pulang merupakan vektor yang arahnya berlawanan dengan vektor saat berangkat.

Tentukan perpindahan dari Pasuruan ke Jember.

Gunakan hubungan:

$$\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC}$$

Langkah 1

Tuliskan vektor yang diketahui

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Langkah 2

Balik tanda operasi setiap komponen

$$\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Tuliskan arti dari vektor hasil tersebut.

Artinya perjalanan dari Pasuruan ke Jember bergerak:

..... satuan ke kanan

..... satuan ke bawah

3. PERKALIAN VEKTOR DENGAN SKALAR

Misalnya, jika perpindahan dari Jember ke Pasuruan dinyatakan sebagai suatu vektor, maka perjalanan pulang-pergi dapat dipandang sebagai perpindahan yang terjadi dua kali, sehingga dapat dinyatakan sebagai perkalian vektor dengan skalar 2.

Sekarang, gunakan konsep perkalian vektor dengan skalar untuk menganalisis perjalanan pergi dan pulang Rani antara Jember dan Pasuruan.

Misalkan perpindahan dari Jember ke Pasuruan dinyatakan sebagai

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Tentukan $2\overrightarrow{AC}$!

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{AC} &= 2 \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \times \\ 2 \times \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- a. Apa yang terjadi pada **komponen vektor** ketika suatu vektor dikalikan dengan bilangan skalar?

- b. Bagaimana arah vektor jika dikalikan dengan **bilangan negatif**?

