

ĐỀ THI MẪU SỐ 2

◆◆◆ ĐỀ THI VTMO ◆◆◆

A - PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Từ câu 1 đến câu 10: mỗi câu trả lời đúng được cộng 3 điểm.
- Từ câu 11 đến câu 20: mỗi câu trả lời đúng được cộng 4 điểm.
- Mỗi câu trả lời sai bị TRỪ 1 điểm.
- Không trả lời được 0 điểm.

Câu 1. Hai chú chó Walter và Stanley có tốc độ tăng trưởng khác nhau và không đổi. Hiện tại chú chó Walter nặng 12 kg và mỗi tháng tăng thêm 2kg; chú chó Stanley nặng 6 kg và mỗi tháng tăng thêm 2,5kg. Hỏi khi hai chú chó nặng bằng nhau thì mỗi con nặng bao nhiêu kg?

- (A) 24 kg. (B) 28 kg. (C) 32 kg. (D) 36 kg. (E) 42 kg.

Câu 2. Tìm a để phương trình: $x^2 + ax + a - 1 = 0$ có nghiệm duy nhất.

- (A) 0. (B) -1. (C) 1. (D) 2. (E) -2.

Câu 3. Một tứ giác nội tiếp thì tỉ lệ các góc liên tiếp có thể là:

- (A) 1 : 2 : 3 : 4. (B) 1 : 2 : 4 : 3. (C) 1 : 3 : 2 : 4.
(D) 1 : 4 : 3 : 2. (E) 1 : 4 : 2 : 3.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$. Tính giá trị của $f(2015)$.

- (A) -1. (B) 0. (C) 1.
(D) $\sqrt{2016}$. (E) 2015.

Câu 5. Cho $P(x)$ là một đa thức bậc hai, thỏa mãn điều kiện $P(3) = 0$, $P(5) = 2$ và $P(7) = 12$. Tính giá trị của biểu thức $P(9)$.

$P(11)$.

- (A) 100. (B) 102. (C) 104. (D) 106. (E) 108.

Câu 6. Tính

$$S = \frac{2+1+\sqrt{2 \times 1}}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{3+2+\sqrt{3 \times 2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{100+99+\sqrt{100 \times 99}}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$$

- (A) 998. (B) 999. (C) 1000. (D) 98. (E) 99.

Câu 7. Cho hệ trục tọa độ Oxy , hàm số $y = 2x - 5$ có đồ thị (d) . Biết rằng trên (d) có hai điểm A, B để tam giác OAB vuông cân tại O . Tính diện tích tam giác OAB .

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6. (E) 10.

Câu 8. Nếu tăng chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật mỗi cạnh thêm 3 đơn vị độ dài thì diện tích của hình chữ nhật tăng gấp đôi. Nếu giảm chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật ban đầu mỗi cạnh 3 đơn vị thì diện tích của hình chữ nhật mới là bao nhiêu ?

- (A) 18. (B) 27. (C) 15. (D) 24. (E) 20.

Câu 9. Cho đa thức $P(x)$, biết rằng

- $P(x)$ chia cho $2x + 1$ được dư là -4 .
- $P(x)$ chia cho $5x - 2$ được dư là 5 .
- $P(x)$ chia cho $10x^2 + x - 2$ thương của phép chia là x và có dư.

Tính $P(2)$.

- (A) 92. (B) 101. (C) 61. (D) 181. (E) 52.

Câu 10. Một quán ăn được bày trí gồm các bàn loại I (ngồi được 2 người), bàn loại II (ngồi được 4 người), bàn loại III (ngồi được 8 người). Mỗi bàn loại I và bàn loại II có 1 bình hoa, mỗi bàn loại III có 2 bình hoa. Biết rằng trong quán có 14 bình hoa và có thể chứa tối đa 46 người. Hỏi quán ăn có thể được bày trí tối thiểu bao nhiêu bàn?

- (A) 6. (B) 7. (C) 8. (D) 9. (E) 10.

Câu 11. Biết rằng phương trình $3x^2 - 5x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1; x_2$ và $g(x) = x^3 - x + 1$. Giá trị của biểu thức $M = g(x_1) \cdot g(x_2)$ là:

- (A) $\frac{53}{27}$. (B) $\frac{23}{9}$. (C) $\frac{53}{9}$. (D) $\frac{8}{3}$. (E) $\frac{1}{3}$.

Câu 12. Cho $P(x)$ là đa thức bậc 4 có hệ số cao nhất là 1. Biết rằng:

- $P(2020) = 2021$
- $P(2021) = 2022$
- $P(2022) = 2023$

Tính giá trị của $S = P(2019) + P(2023)$.

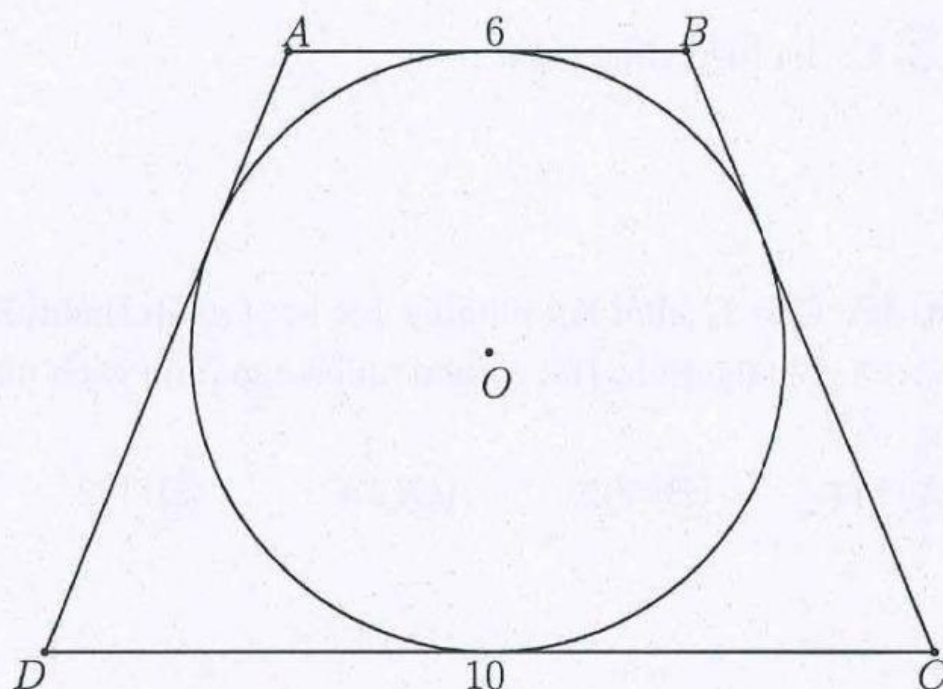
- (A) 2034. (B) 4044. (C) 2022. (D) 4068. (E) 2023.

Câu 13. Cho a, b là các số nguyên sao cho $a > b$ và $\frac{ab}{a-b}$ có giá trị là một số nguyên tố. Tính giá trị nhỏ nhất của $M = (a+b)^2$.

- (A) 4. (B) 9. (C) 16. (D) 64. (E) 3.

Câu 14. Cho đường tròn tâm O nội tiếp hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Biết rằng $AB = 6$, $CD = 10$, tính độ dài cạnh AC .

- (A) 10. (B) $8\sqrt{2}$. (C) $3\sqrt{10}$. (D) $2\sqrt{31}$. (E) $4\sqrt{6}$.



(Hình vẽ minh họa)

Câu 15. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d_1) : y = ax + 3$ và $(d_2) : y = bx + 3$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (d_1) và (d_2) ; (d_1) và Ox ; (d_2) và Ox . Biết rằng $\triangle ABC$ vuông tại A và có một góc bằng 60° . Tính giá trị của $P = a^2 + b^2$.

- (A) $\frac{10}{3}$. (B) $\frac{82}{9}$. (C) $\frac{5}{2}$. (D) $\frac{17}{4}$. (E) 2.

Câu 16. Cho các biểu thức sau:

- $A = 37^n + 71^n - 2^n - 1$
- $B = n(n^2 - 6)^2(n^2 - 1) - n^3(n - 1)(n + 1)$
- $C = 1 + 2 + 3 + \dots + (21n + 1)$

Với mọi số tự nhiên n , các biểu thức có giá trị luôn chia hết cho 21 là:

- (A) Chỉ có biểu thức A . .
 (B) Biểu thức A và B . .
 (C) Biểu thức B và C . .
 (D) Chỉ có biểu thức C . .

(E) Cả ba biểu thức trên. .

Câu 17. Cho 27 khối lập phương $1 \times 1 \times 1$ ghép thành khối lập phương $3 \times 3 \times 3$ gồm 64 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu cặp đỉnh cách nhau một khoảng bằng $\sqrt{5}$?

- (A) 144. (B) 192. (C) 216. (D) 132. (E) 288.

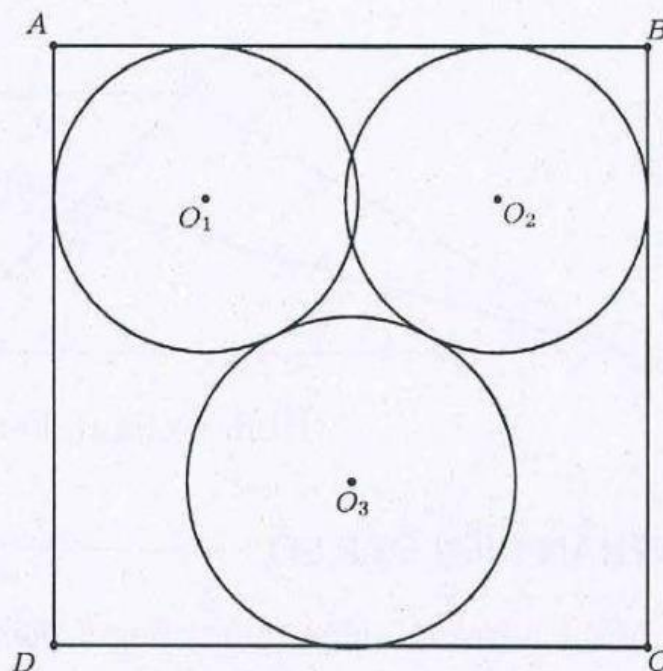
Câu 18. Hạnh và Phúc cần xếp 24 tàu lượn và 15 hạc giấy. Hạnh mất 2 phút để xếp được 1 tàu lượn và mất 6 phút để xếp được 1 hạc giấy. Phúc mất 3 phút để xếp được 1 tàu lượn và mất 5 phút để xếp được 1 hạc giấy. Hỏi hai bạn cùng xếp giấy thì cần ít nhất bao nhiêu thời gian để xếp đủ các hình kể trên?

- (A) 60. (B) 63. (C) 64. (D) 65. (E) 66.

Câu 19. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 2$, ba đường tròn (O_1) , (O_2) , (O_3) có cùng bán kính bằng r lần lượt nằm trong hình vuông như hình vẽ dưới đây sao cho:

- Đường tròn (O_1) tiếp xúc với cạnh AB , AD và đường tròn (O_3) ;
- Đường tròn (O_2) tiếp xúc với cạnh AB , BC và đường tròn (O_3) ;
- Đường tròn (O_3) tiếp xúc với cạnh CD và hai đường tròn (O_1) , (O_2) .

Tính độ dài của bán kính r .



(Hình vẽ minh họa)

Ⓐ $\sqrt{5} - 2$.

Ⓑ $5 - 2\sqrt{5}$.

Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ⓓ $\frac{3\sqrt{2}}{8}$.

Ⓔ $\frac{1}{2}$.

Câu 20. Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Dựng $\triangle ACI$ vuông cân tại C bên ngoài $\triangle ABC$. Gọi E là giao điểm của AC và BI . Biết rằng $BI = \sqrt{2}BC$, tính tỉ số $\frac{AE}{CE}$.

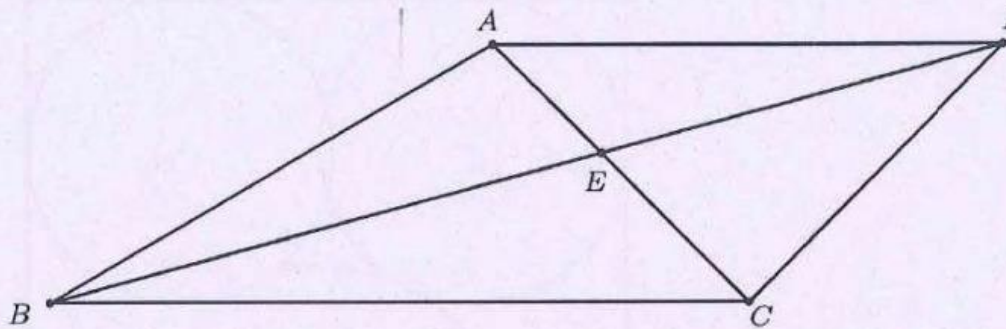
Ⓐ $\frac{2}{3}$.

Ⓑ $\frac{3}{4}$.

Ⓒ $\sqrt{3} - 1$.

Ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ⓔ 1.



(Hình vẽ minh họa)

B - PHẦN ĐIỀN ĐÁP SỐ

- Mỗi câu trả lời đúng được cộng 6 điểm.
- Mỗi câu trả lời sai hoặc không trả lời được 0 điểm.

Câu 21. Trên đoạn đường AB dài 30 m có 3 con bộ. Con bộ thứ nhất ở A bò đến B với vận tốc 2 m/phút, con bộ thứ hai ở cách A một khoảng bằng 10 m (nằm giữa A và B) và cũng bò đến B với vận tốc 0,5 m/phút, con bộ thứ ba ở B bò đến A với vận tốc 0,5 m/phút, cả ba con sẽ dừng lại khi đến được A hoặc B . Gọi C là một điểm trên AB thỏa mãn tính chất: trong bất kì thời điểm nào từ lúc cả ba con cùng xuất phát cho tới lúc ba con dừng hẳn, luôn có ít nhất một con bộ đang bò trên đoạn AC . Tính độ dài nhỏ nhất có thể của đoạn AC . (đơn vị: m)

Câu 22. Cho 7 số nguyên phân biệt sao cho tổng của bốn số bất kì luôn lớn hơn tổng của ba số còn lại. Tính giá trị nhỏ nhất có thể có của tổng 7 số nguyên đó.

Câu 23. Tính giá trị của tích abc biết a, b, c là các số nguyên dương thỏa

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ b^2 + 2c^2 - a^2 = 5 \end{cases}$$

Câu 24. Cho tứ giác nội tiếp $ABCD$ có bán kính đường tròn nội tiếp của các tam giác ABC , BCD , CDA , DAB đều bằng $(2 - \sqrt{2})$. Tính giá trị nhỏ nhất của $AB \cdot AD$.

Câu 25. Có bao nhiêu số có 9 chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3 \dots a_9}$ gồm các chữ số khác nhau và khác 0 thỏa mãn:

- Chữ số a_1 có thể là 1 hoặc 2;
- Chữ số a_9 có thể là 8 hoặc 9;
- Chữ số a_k (với $k \in \mathbb{N}$, $1 < k < 9$) có thể là $k - 1$, k hoặc $k + 1$.