

IDENTITAS TRIGONOMETRI

SUB CPMK:

4. Mahasiswa mampu membuktikan rumus hasil kali, jumlah dan selisih Cosinus dan Sinus.

ICP :

4. Ketepatan dalam membuktikan rumus hasil kali, jumlah dan selisih Cosinus dan Sinus.



MEMBUKTIKAN RUMUS HASIL KALI, JUMLAH DAN SELISIH COSINUS DAN SINUS.



Perhatikan gambar diatas!!!

Perlu kita ketahui bahwa sebenarnya konsep trigonometri tanpa kita sadari telah diterapkan dalam kehidupan kita sehari-sehari. Misalnya banyak hal-hal yang sederhana seperti memancing, penggunaan katrol saat mengambil air di dalam sumur dan masih banyak lagi. Oleh karena itu jangan memandang sulit sesuatu sebelum Anda mengerjakannya.



Rumus untuk $2 \sin \alpha \cos \beta$ dan $2 \cos \alpha \sin \beta$

Perhatikan kembali rumus untuk $\sin(\alpha \pm \beta)$ Jika $\sin(\alpha + \beta)$ dan rumus $\sin(\alpha - \beta)$ dijumlahkan atau dikurangkan maka diperoleh:

$$\sin(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

$$\underline{\hspace{10cm}} +$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \dots\dots\dots$$

jadi:

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

$$\underline{\hspace{10cm}} -$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \dots\dots\dots$$

$$2 \cos \alpha \sin \beta = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

Latihan Soal 1

Nyatakan bentuk berikut sebagai jumlah atau selisih sinus

- a) $4 \sin 3\alpha \cos \alpha$
- b) $2 \cos 96^\circ \sin 21^\circ$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a) } 4 \sin 3\alpha \cos \alpha &= 2(2\dots\dots\dots) \\ &= 2\{ \dots\dots\dots (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) + \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) \} \\ &= 2\dots\dots\dots + 2\dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2 \cos 96^\circ \sin 21^\circ &= \sin(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) - \sin(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots\dots - \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Apa ya, yang dipelajari dalam rumus perkalian sinus dan cosinus



Rumus untuk $2 \cos \alpha \cos \beta$ dan $2 \sin \alpha \sin \beta$

Perhatikan kembali rumus untuk $\cos(\alpha \pm \beta)$. Jika $\cos(\alpha + \beta)$ dan rumus $\cos(\alpha - \beta)$ dijumlahkan atau dikurangkan maka diperoleh:

$$\cos(\alpha + \beta) = \dots - \dots$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \dots + \dots$$

$$\underline{\hspace{10em}} +$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \dots$$

jadi:

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \dots + \dots$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \dots - \dots$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \dots + \dots$$

$$\underline{\hspace{10em}} -$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \dots$$

jadi:

$$-2 \cos \alpha \cos \beta = \dots - \dots$$

Jadi Kesimpulan Rumus Hasil Kali Cosinus dan Sinus Yaitu :

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \dots$$

$$2 \cos \alpha \sin \beta = \dots$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \dots$$

$$-2 \sin \alpha \sin \beta = \dots$$

Latihan Soal 2

Nyatakan bentuk berikut sebagai jumlah atau selisih cosinus

a) $4 \cos 3x \cos 2x$

b) $8 \sin 50^\circ \sin 25^\circ$

Jawab:

a) $4 \cos 3x \cos 2x = 2(2 \dots\dots\dots)$

$$= 2\{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) + \dots\dots\dots(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)\}$$

$$= 2 \dots\dots\dots$$

b) $8 \sin 50^\circ \sin 25^\circ = 4(2 \dots\dots\dots)$

$$= -4\{\dots\dots\dots(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) - \cos(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)\}$$

$$= -4 \dots\dots\dots$$

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN KOSINUS



- Membuktikan rumus trigonometri jumlah dan selisih dari sinus dan cosinus

Ok, sebelum kita lanjutkan materi tentang "RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN KOSINUS" Kita ingat kembali rumus perkalian sinus dan cosinus :



$$2 \sin a \cos b = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$2 \cos a \sin b = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

$$2 \cos a \cos b = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$-2 \sin a \sin b = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

Dengan kita mengingat kembali rumus-rumus dalam perkalian sinus dan cosinus, akan memudahkan kita dalam menurunkan dan melakukan perhitungan dengan rumus-rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus.

RUMUS JUMLAH DAN SELISIH SINUS DAN KOSINUS

Jika $a + b = \alpha$ dan $a - b = \beta$, maka :

$$\begin{array}{r} a + b = \alpha \\ a - b = \beta \\ \hline \dots\dots = \dots \end{array} +$$

Yuk kita proses..

$$\begin{array}{r} a + b = \alpha \\ a - b = \beta \\ \hline \dots\dots = \dots \end{array} -$$

Hore, waktunya belajar rumus jumlah dan selisih sinus dan kosinus

Maka persamaan menjadi :

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \dots\dots \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \cos \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \dots\dots \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \sin \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \dots\dots \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \cos \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \dots\dots \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \sin \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right)$$



Latihan Soal 3

1. Nyatakan bentuk-bentuk berikut dalam bentuk perkalian sinus dan kosinus !

- a) $\sin 3x + \sin x$
- b) $\cos 8x - \cos x$

jawab:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin 3x + \sin x &= 2 \sin \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \cos \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \cos 8x - \cos x = -2 \sin \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \sin \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right)$$

2. Hitunglah nilai eksak dari :

- a) $\sin 75^\circ - \sin 15^\circ$
- b) $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin 75^\circ - \sin 15^\circ &= 2 \dots\dots \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \sin \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right) \\ &= 2 \dots\dots \sin \dots\dots \\ &= 2 \dots\dots \\ &= \dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \cos 75^\circ - \cos 15^\circ &= -2 \dots\dots \left(\frac{\dots\dots + \dots\dots}{\dots\dots} \right) \sin \left(\frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} \right) \\ &= 2 \dots\dots \\ &= 2 \dots\dots \\ &= \dots\dots \end{aligned}$$



Semoga Sukses

**"Kesuksesan dimulai dari keberanian
untuk bermimpi**

Be-brave to dream"