

3-3

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

إثبات صحة المتطابقات المثلثية : يمكن استعمال المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما؛ لإثبات صحة متطابقات مثلثية.

مثال 1

أثبت أن المعادلة: $\cos\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin \theta$ تمثل متطابقة.

الطرف الأيسر

$$\cos\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right)$$

متطابقة المجموع

$$= \cos \theta \cdot \cos \frac{3\pi}{2} - \sin \theta \cdot \sin \frac{3\pi}{2}$$

عوض

$$= \cos \theta \cdot 0 - \sin \theta \cdot (-1)$$

بسط

$$= \sin \theta$$

مثال 2

أثبت أن المعادلة: $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\theta + \pi) = -2 \cos \theta$ تمثل متطابقة.

الطرف الأيسر

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\theta + \pi)$$

متطابقتا المجموع والفرق

$$= \sin \theta \cdot \cos \frac{\pi}{2} - \cos \theta \cdot \sin \frac{\pi}{2} + \cos \theta \cdot \cos \pi - \sin \theta \cdot \sin \pi$$

عوض

$$= \sin \theta \cdot 0 - \cos \theta \cdot 1 + \cos \theta \cdot (-1) - \sin \theta \cdot 0$$

بسط

$$= -2 \cos \theta$$

تمارين

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta \quad (1)$$

$$\cos(270^\circ + \theta) = \sin \theta \quad (2)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right) + \cos\left(\theta - \frac{5\pi}{6}\right) = \sin \theta \quad (3)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) - \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin \theta \quad (4)$$