СТЕПІНЬ З РАЦІОНАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ ТА ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

1. Степінь з натуральним і цілим показниками

$a^1 = a$

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ $a \in \boldsymbol{R}$, $n \in \boldsymbol{N}$ $(n \geqslant 2)$

$a^0 = 1$ $a \neq 0$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $a \neq 0$, $n \in \boldsymbol{N}$

2. Степінь з дробовим показником

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ $a \geqslant 0$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $a > 0$, $n \in \boldsymbol{N}$ $(n \geqslant 2)$, $m \in \boldsymbol{Z}$

3. Властивості степенів

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$
$(a^m)^n = a^{mn}$
$(ab)^n = a^n b^n$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

Означення. ***Степенем числа*** $a > 0$ ***з раціональним показником*** $r = \dfrac{m}{n}$, **де** m **— ціле число, а** n **— натуральне число** $(n > 1)$**, називається число** $\sqrt[n]{a^m}$ **.**

Приклад 1. Подайте вираз у вигляді степеня з раціональним показником:

1) $\sqrt[3]{7^5}$; 2) $\sqrt[4]{5^{-3}}$; 3) $\sqrt[7]{a^2}$ при $a \geqslant 0$; 4*) $\sqrt[7]{a^2}$.

Розв'язання

1) $\sqrt[3]{7^5} = 7^{\frac{5}{3}}$; ■

2) $\sqrt[4]{5^{-3}} = 5^{-\frac{3}{4}}$; ■

3) при $a \geqslant 0$ $\sqrt[7]{a^2} = a^{\frac{2}{7}}$; ■

4) $\sqrt[7]{a^2} = \sqrt[7]{|a|^2} = |a|^{\frac{2}{7}}$. ■

Коментар

За означенням степеня з раціональним показником для $a > 0$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}. \qquad (1)$$

Для завдання 3 врахуємо, що вираз $a^{\frac{2}{7}}$ означений також і при $a = 0$.

У завданні 4 при $a < 0$ ми не маємо права користуватися формулою (1). Але якщо врахувати, що $a^2 = |a|^2$, то для основи $|a|$ формулою (1) уже можна скористатися, оскільки $|a| \geqslant 0$.

LIVEWORKSHEETS

Виконайте тестові завдання

Степенем числа *a* з дробовим показником m/n, є вираз

варіанти відповідей

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^m}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^n}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^n}$

$a^{\frac{1}{2}} =$?

варіанти відповідей

- $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
- $a^{\frac{1}{2}} = a^2$
- $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{a}$
- $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[1]{a^2}$

$\sqrt[4]{a^3} =$?

варіанти відповідей

- $\sqrt[4]{a^3} = a^{4,3}$
- $\sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{3}{4}}$
- $\sqrt[4]{a^3} = a^{3,4}$
- $\sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{4}{3}}$

LIVEWORKSHEETS

Обчисліть

$25^{\frac{1}{2}}$

варіанти відповідей

- 2
- 2,5
- 625
- 5

Запишіть вираз у вигляді степеня з основою *a*

$a^{\frac{1}{5}} \cdot a^{\frac{2}{5}}$

варіанти відповідей

- $a^{\frac{5}{3}}$
- $a^{\frac{3}{5}}$
- $a^{\frac{2}{5}}$
- $a^{\frac{2}{25}}$

Подайте число у вигляді степеня $\sqrt[4]{27}$

варіанти відповідей

- $3^{\frac{3}{5}}$
- $3^{\frac{1}{5}}$
- $3^{\frac{2}{3}}$
- $3^{\frac{3}{4}}$

Виконати дії $в^{13}:в^{10}$

варіанти відповідей

- $в^{23}$
- $в^{3}$
- $в^{6}$
- $в^{24}$

LIVEWORKSHEETS

Виконати дії $a^2a^6a^8$

варіанти відповідей

- a^{16}
- a^{12}
- a^{20}
- a^{96}

$(-3)^3=$

варіанти відповідей

- 27
- 9
- -9
- -27

$a^{-n}=$

варіанти відповідей

- a
- 1
- $1/a^n$
- a^n

Знайдіть значення виразу $5^{3,4}\cdot5^{-1,8}\cdot5^{-2,6}$

варіанти відповідей

- 5
- 0,2
- 10
- 0,5

Домашнє завдання:

LIVEWORKSHEETS

Подайте вираз у вигляді кореня з числа:

1) $2^{\frac{1}{2}}$; 2) $3^{-\frac{2}{5}}$; 3) $5^{0,25}$; 4) $4^{-\frac{3}{7}}$; 5) $2^{1,5}$; 6) $7^{-\frac{2}{3}}$.

Подайте вираз у вигляді степеня з раціональним показником:

1°) $\sqrt[6]{3^5}$; 3°) $\sqrt{7^{-9}}$; 5) $\sqrt[4]{2b}$ при $b \geqslant 0$;

2°) $\sqrt[5]{4}$; 4) $\sqrt[9]{a^{-2}}$ при $a > 0$; 6*) $\sqrt[11]{c^4}$.

Фото зошита надішліть для перевірки вчителю .

LIVEWORKSHEETS