

СТЕПІНЬ З РАЦІОНАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ ТА ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

1. Степінь з натуральним і цілим показниками

$$a^1 = a$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \quad a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N} \quad (n \geq 2)$$

$$a^0 = 1 \quad a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

2. Степінь з дробовим показником

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad a \geq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a > 0, n \in \mathbb{N} \quad (n \geq 2), m \in \mathbb{Z}$$

3. Властивості степенів

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\ a^m : a^n &= a^{m-n} \\ (a^m)^n &= a^{mn} \\ (ab)^n &= a^n b^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n} \\ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} &= \left(\frac{b}{a}\right)^n \end{aligned}$$

Означення. Степенем числа $a > 0$ з раціональним показником $r = \frac{m}{n}$, де m — ціле число, а n — натуральне число ($n > 1$), називається число $\sqrt[n]{a^m}$.

Приклад 1. Подайте вираз у вигляді степеня з раціональним показником:

1) $\sqrt[3]{7^5}$; 2) $\sqrt[4]{5^{-3}}$; 3) $\sqrt[7]{a^2}$ при $a \geq 0$; 4*) $\sqrt[7]{a^2}$.

Розв'язання

- 1) $\sqrt[3]{7^5} = 7^{\frac{5}{3}}$; ■
 2) $\sqrt[4]{5^{-3}} = 5^{-\frac{3}{4}}$; ■
 3) при $a \geq 0$ $\sqrt[7]{a^2} = a^{\frac{2}{7}}$; ■
 4) $\sqrt[7]{a^2} = \sqrt[7]{|a|^2} = |a|^{\frac{2}{7}}$. ■

Коментар

За означенням степеня з раціональним показником для $a > 0$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}. \quad (1)$$

Для завдання 3 врахуємо, що вираз $a^{\frac{2}{7}}$ означений також і при $a = 0$.

У завданні 4 при $a < 0$ ми не маємо права користуватися формулою (1). Але якщо врахувати, що $a^2 = |a|^2$, то для основи $|a|$ формулою (1) уже можна скористатися, оскільки $|a| \geq 0$.

Виконайте тестові завдання

Степенем числа a з дробовим показником m/n , є вираз

варіанти відповідей



$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^n}$$



$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{2}} =$$

?

варіанти відповідей



$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$



$$a^{\frac{1}{2}} = a^2$$



$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{a}$$



$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{a^2}$$

$$\sqrt[4]{a^3} =$$

?

варіанти відповідей



$$\sqrt[4]{a^3} = a^{4,3}$$



$$\sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{3}{4}}$$



$$\sqrt[4]{a^3} = a^{3,4}$$



$$\sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{4}{3}}$$

$$25^{\frac{1}{2}}$$

Обчисліть

варіанти відповідей

☐ 2

☐ 2,5

☐ 625

☐ 5

$$a^{\frac{1}{5}} \cdot a^{\frac{2}{5}}$$

Запишіть вираз у вигляді степеня з основою a

варіанти відповідей

☐

$$a^{\frac{5}{3}}$$

☐

$$a^{\frac{3}{5}}$$

☐

$$a^{\frac{2}{5}}$$

☐

$$a^{\frac{2}{25}}$$

Подайте число у вигляді степеня $\sqrt[4]{27}$

варіанти відповідей

☐ $3^{\frac{3}{5}}$

☐ $3^{\frac{1}{5}}$

☐ $3^{\frac{2}{3}}$

☐ $3^{\frac{3}{4}}$

Виконати дії $6^{13} : 6^{10}$

варіанти відповідей

☐ 6^{23}

☐ 6^3

☐ 6^6

☐ 6^{24}

Виконати дії $a^2 a^6 a^8$

варіанти відповідей

☐ a^{16}

☐ a^{12}

☐ a^{20}

☐ a^{96}

$(-3)^3 =$

варіанти відповідей

☐ 27

☐ 9

☐ -9

☐ -27

$a^{-n} =$

варіанти відповідей

☐ a

☐ 1

☐ $1/a^n$

☐ a^n

Знайдіть значення виразу $5^{3,4} \cdot 5^{-1,8} \cdot 5^{-2,6}$

варіанти відповідей

☐ 5

☐ 0,2

☐ 10

☐ 0,5

Домашнє завдання:

Подайте вираз у вигляді кореня з числа:

- 1) $2^{\frac{1}{2}}$; 2) $3^{-\frac{2}{5}}$; 3) $5^{0,25}$; 4) $4^{-\frac{3}{7}}$; 5) $2^{1,5}$; 6) $7^{-\frac{2}{3}}$.

Подайте вираз у вигляді степеня з раціональним показником:

- 1°) $\sqrt[6]{3^5}$; 3°) $\sqrt{7^{-9}}$; 5) $\sqrt[4]{2b}$ при $b \geq 0$;
2°) $\sqrt[5]{4}$; 4) $\sqrt[9]{a^{-2}}$ при $a > 0$; 6*) $\sqrt[11]{c^4}$.

Фото зошита надішліть для перевірки вчителю .