

LEMBAR KERJA SISWA



MATEMATIKA PEMINATAN

SEMESTER GENAP

Nama:

Kelas

No. absen

A. Materi

Silakan buka buku LKS hal 43 tentang materi perbandingan vektor dan koordinat



D. Perbandingan Vektor dan Koordinat

Jika titik P terletak pada ruas garis AB sehingga titik P membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, diperoleh hubungan:

$$\overrightarrow{AP} : \overrightarrow{PB} = m : n \text{ atau } \overrightarrow{AP} : \overrightarrow{AB} = m : (m + n)$$



Tanda-tanda dari m dan n ditentukan dengan aturan sebagai berikut.

1. Jika titik P terletak di antara ruas garis AB, \overrightarrow{AP} dan \overrightarrow{PB} searah. Jadi, m dan n bertanda sama (m dan n keduanya positif atau m dan n keduanya negatif).



2. Jika titik P pada perpanjangan ruas garis AB, \overrightarrow{AP} dan \overrightarrow{PB} berlawanan arah. Jadi, m dan n berlawanan tanda (m positif dan n negatif atau m negatif dan n positif).



Rumus Perbandingan Vektor dan Koordinat

1. Rumus Perbandingan Vektor

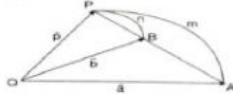
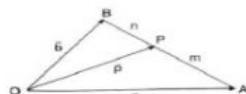
Jika titik P terletak pada ruas garis AB sehingga titik P membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, vektor posisi titik P adalah:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

Keterangan: \vec{b} = vektor posisi titik B

\vec{a} = vektor posisi titik A

Jika P merupakan titik tengah AB, $\vec{p} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$.



2. Rumus Perbandingan Koordinat

a. Rumus Perbandingan Koordinat Titik di R^2

Diketahui titik A(x_1, y_1) dan titik B(x_2, y_2). Jika titik P(x_p, y_p) membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n}$$

dan

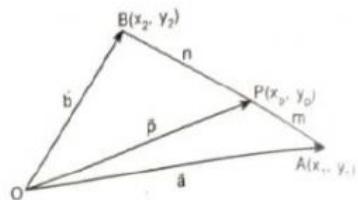
$$y_p = \frac{my_2 + ny_1}{m + n}$$

Jika P merupakan titik tengah AB, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

dan

$$y_p = \frac{y_2 + y_1}{2}$$



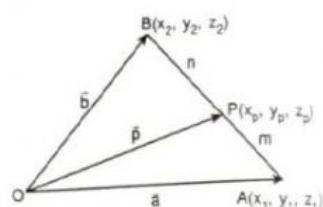
b. Rumus Perbandingan Koordinat Titik di R₃

Diketahui titik A(x₁, y₁, z₁) dan B(x₂, y₂, z₂). Jika titik P(x_p, y_p, z_p) membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, y_p = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \text{ dan } z_p = \frac{mz_2 + nz_1}{m+n}$$

Jika P merupakan titik tengah AB, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{x_2 + x_1}{2}, y_p = \frac{y_2 + y_1}{2}, \text{ dan } z_p = \frac{z_2 + z_1}{2}$$



Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

1. Carilah vektor letak titik P dan Q yang membagi AB di dalam dan di luar dengan perbandingan 5 : 3!

Alternatif Penyelesaian

Untuk P, m : n = 5 : 3

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{m\bar{b} + n\bar{a}}{m+n} \\ &= \frac{5\bar{b} + 3\bar{a}}{5+3} = \frac{1}{8}(3\bar{a} + 5\bar{b}) \end{aligned}$$

Untuk Q, m : n = 5 : -3

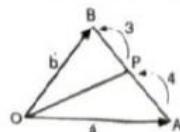
$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{m\bar{b} + n\bar{a}}{m+n} \\ &= \frac{5\bar{b} - 3\bar{a}}{5-3} \\ &= \frac{1}{2}(5\bar{b} - 3\bar{a}) = \frac{1}{2}(-3\bar{a} + 5\bar{b}) \end{aligned}$$

2. Vektor posisi titik A dan B berturut-turut adalah \bar{a} dan \bar{b} . Titik P dan Q terletak pada ruas garis AB sehingga AP : PB = 4 : 3 dan AQ : QB = 5 : -2. Tentukan:

- a. vektor posisi titik P
b. vektor posisi titik Q

Alternatif Penyelesaian

- a. Titik P terletak pada ruas garis AB sehingga AP : PB = 4 : 3 atau m = 4 dan n = 3. Ini berarti

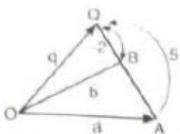


Vektor posisi titik P adalah \vec{p} ditentukan oleh:

$$\begin{aligned}\vec{p} &= \frac{mb + na}{m + n} \\ &= \frac{4b + 3a}{4 + 3} = \frac{1}{7}(3\vec{a} + 4\vec{b})\end{aligned}$$

Jadi, vektor posisi titik P adalah $\vec{p} = \frac{1}{7}(3\vec{a} + 4\vec{b})$.

- b. Titik Q pada ruas garis AB sehingga $AQ : QB = 5 : 2$ atau $m = 5$ dan $n = -2$. Ini berarti titik Q pada perpanjangan ruas garis AB.



Vektor posisi Q adalah \vec{q} ditentukan oleh:

$$\begin{aligned}\vec{q} &= \frac{mb + na}{m + n} \\ &= \frac{5b + (-2)a}{5 + (-2)} = \frac{1}{3}(-2\vec{a} + 5\vec{b})\end{aligned}$$

Jadi, vektor posisi titik Q adalah $\vec{q} = \frac{1}{3}(-2\vec{a} + 5\vec{b})$.

3. Carilah koordinat titik P yang membagi garis yang menghubungkan A(1, 4, 5) dan B(4, 1, 2) di dalam!

Alternatif Penyelesaian

$$x_p = \frac{2(4) + 1(1)}{2 + 1}$$

$$= \frac{8 + 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y_p = \frac{2(1) + 1(4)}{2 + 1}$$

$$= \frac{2 + 4}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$z_p = \frac{2(2) + 1(5)}{2 + 1}$$

$$= \frac{4 + 5}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Jadi, koordinat titik P adalah (3, 2, 3).

4. Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik A(3, -1) dan B(-3, 5). Tentukan:

- a. koordinat titik P jika $AP : PB = 5 : -2$
b. koordinat titik Q jika $AQ = QB$

Alternatif Penyelesaian

- a. Titik P(x, y) dengan $AP : PB = 5 : -2$ atau $m = 5$ dan $n = -2$.

$$1) \quad x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n} = \frac{5(-3) + (-2)(3)}{5 - 2} = \frac{-15 - 6}{3} = \frac{-21}{3} = -7$$

$$2) \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n} = \frac{5(5) + (-2)(-1)}{5 - 2} = \frac{25 + 2}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

Jadi, koordinat titik P adalah (-7, 9).

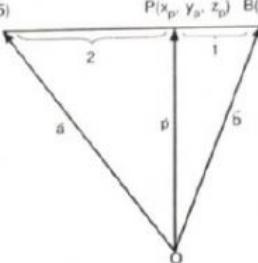
- b. Titik Q(x, y) dengan $AQ = QB$. Ini berarti Q titik tengah AB.

$$1) \quad x = \frac{x_2 + x_1}{2} = \frac{-3 + 3}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$2) \quad y = \frac{y_2 + y_1}{2} = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Jadi, koordinat titik Q adalah (0, 2).

A(1, 4, 5) P(x_p, y_p, z_p) B(4, 1, 2)



B. Contoh soal

Soal

Diketahui rusuk garis AB dengan koordinat titik A(3, -1) dan B(-3, 5) tentukanlah koordinat P jika AP : PB = 5 : 2

Jawab

$$\text{Dik}: A(3, -1) \Rightarrow \bar{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$B(-3, 5) \Rightarrow \bar{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$AP : PB = 5 : 2$$

$$\text{Dit} \quad p = \dots ?$$

Penyelesaian

$$\underbrace{AP : PB = 5 : 2}_{\text{Cara 1}} \Rightarrow \boxed{m = 5 \text{ dan } n = -2}$$

$$p = \frac{-2\bar{a} + 5\bar{b}}{5 + (-2)}$$

Catatan m = perbandingan 1

n = perbandingan 2

$$p = \frac{-2 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}}{3}$$

$$p = \frac{\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 \\ 25 \end{pmatrix}}{3}$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} -21 \\ 27 \end{pmatrix}}{3}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -21 \\ 27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Jadi koordinat titik P adalah (-7, 9).

C. Latihan soal

Latihan

Diketahui rusuk garis AB dengan koordinat titik A (3,5) dan B (-2,1). Tentukanlah P jika $AP:PB = 1:2$!

Jawab

$$\text{Dik: } A (\dots, \dots) \Rightarrow \bar{a} = (\dots)$$

$$B (\dots, \dots) \Rightarrow \bar{b} = (\dots)$$

$$AP:PB = \dots : \dots$$

$$\text{Dit } \dots = \dots ?$$

Penyelesaian

$$\underbrace{AP:PB = \dots : \dots}_{\text{AP : PB}} \Rightarrow m = \dots$$

$$n = \dots$$

$$P = \frac{\dots \bar{a} + \dots \bar{b}}{\dots + \dots}$$

$$P = \frac{\dots (\dots) + \dots (\dots)}{\dots}$$

$$P = \frac{(\dots) + (\dots)}{\dots}$$

$$P = \frac{(\dots)}{\dots}$$

$$P = \frac{\dots}{\dots} (\dots)$$

$$\rightarrow P = (\dots)$$

Jadi koordinat titik ...
adalah (\dots, \dots)